UNIVERSITÉ DE NANCY I

U.E.R.-P.C.B.

CNRS N° AO 11069

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DE NANCY I

pour l'obtention du grade de

DOCTEUR-INGÉNIEUR

par

Edward John McRAE

SUJET :

Quelques propriétés magnétomécaniques des ferrites de manganèse-zinc

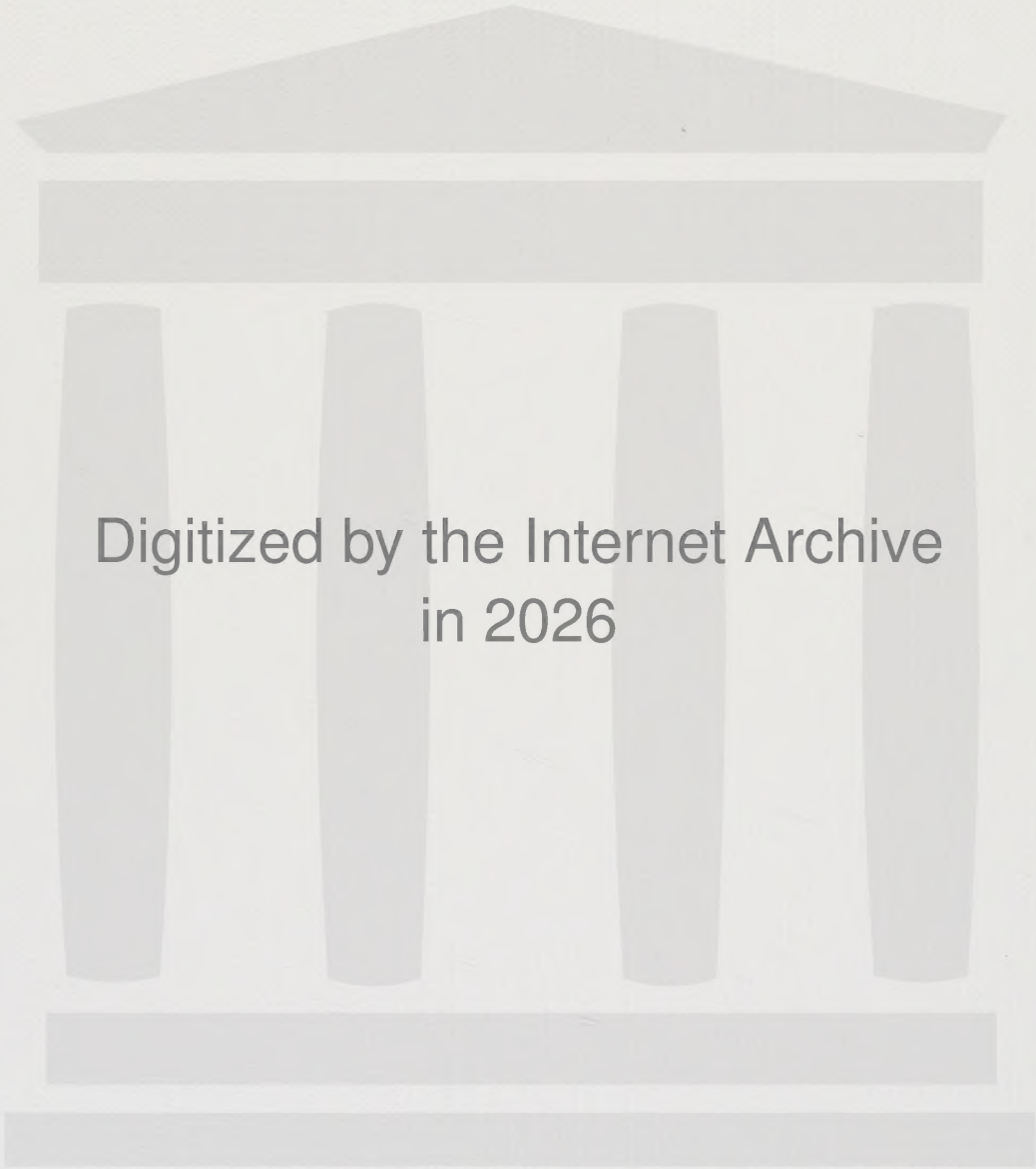
---

Soutenue publiquement le 14 Mai 1975 devant la Commission d'Examen

Membres du Jury :

Président : M. R. GUILLIEN

Examinateurs : MM. J. BOLFA
E. DE LACHEISSERIE
Y. LESCROEL
J. SOMMELET
C. ZELLER


Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41555015_0013

OUDART & CLÉMENT
RELIEURS
11, Rue Sainte-Anne, 11
Tél. 52.80.09 - NANCY

UNIVERSITÉ DE NANCY I U.E.R.-P.C.B.

CNRS N° AO 11069

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DE NANCY I

pour l'obtention du grade de

DOCTEUR-INGÉNIEUR

par

Edward John McRAE

SUJET :

Quelques propriétés magnétomécaniques des ferrites de manganèse-zinc

---

Soutenue publiquement le 14 Mai 1975 devant la Commission d'Examen

Membres du Jury :

Président : M. R. GUILLIEN

Examinateurs : MM. J. BOLFA
E. DE LACHEISSERIE
Y. LESCROEL
J. SOMMELET
C. ZELLER

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

A MES PARENTS,

A MA FAMILLE,

A MES AMIS.

AVANT-PROPOS

Monsieur le Professeur R. GUILLIEN, Directeur de l'Institut de Génie Biologique et Médical m'a accueilli dans son laboratoire et m'a confié le thème de recherche. Je tiens à l'assurer de ma sincère reconnaissance.

Monsieur le Professeur L. NEEL, Prix Nobel, Membre de l'Institut, a bien voulu donner son avis sur ce travail et a présenté à l'Académie des Sciences une Note sur ce sujet. Qu'il me permette de lui exprimer ici ma très respectueuse reconnaissance.

Que Monsieur le Professeur BOLFA, Directeur du Laboratoire de Minéralogie et Cristallographie trouve ici mes sincères remerciements pour m'avoir donné accès aux techniques de son laboratoire et d'avoir bien voulu accepter de faire partie du jury.

Monsieur le Professeur SOMMELET, Directeur de la Clinique Chirurgicale et Traumatologique de Nancy, me fait l'honneur de participer à ce jury ; je l'en remercie et lui témoigne ma respectueuse gratitude.

Monsieur Y. LESCROEL, Ingénieur en Chef à la Société LTT, malgré ses nombreuses responsabilités, me fait le grand honneur de faire partie du jury ; qu'il trouve ici l'expression de ma très grande reconnaissance.

Que Monsieur E. de LACHEISSERIE, Chargé de Recherches au C.N.R.S., soit remercié de l'intérêt qu'il a porté à cette étude en acceptant de faire partie de mon jury.

Monsieur C. ZELLER, Chargé de Recherches au C.N.R.S., m'a fait profiter de son savoir et de son expérience. Il m'a donné le goût de mieux connaître et comprendre le magnétisme ; sa participation à ce jury me procure une joie sincère.

A Monsieur E. YVROUD, Directeur Technique de l'Institut de Génie Biologique et Médical, j'adresse mes vifs remerciements pour son dévouement et ses conseils amicaux.

Que Monsieur J. HUMMER, Chef de Clinique à la Clinique Chirurgicale et Traumatologique de Nancy, veuille bien trouver ici le témoignage de ma gratitude pour son intérêt dans les aspects pratiques de ce travail.

C'est un vif plaisir pour moi de remercier Messieurs BAYEUL, KARCHUR, KOHLER, MANAERT et VERNET pour leurs préparations d'échantillons et les différentes analyses qu'ils ont effectuées.

L'aide efficace et la collaboration amicale de tout le personnel du laboratoire de l'I.G.B.M. ont été des éléments indispensables à la réalisation de cette recherche ; qu'il trouve ici l'expression de ma sympathie.

Madame M. MEYER a eu le rôle ingrat, mais combien nécessaire, de dactylographier ce mémoire. Je lui exprime mes vifs remerciements.

Je remercie enfin le Service de Reproduction de l'Université de Nancy I qui a assuré l'impression de cette thèse.

We shall not cease from exploration
And the end of all our exploring
Will be to arrive where we started
And know the place for the first time.

(T. S. Eliot)

SOMMAIRE

AVANT-PROPOS

INTRODUCTION 1.

I - PHYSICO-CHIMIE DES FERRITES 4.
I-1. Généralités sur les ferrites de structures spinelle 4.
I-2. Préparation des ferrites 6.

II - LES ÉNERGIES DANS LES CRISTAUX FERROMAGNÉTIQUES 8.
II-1. L'énergie d'échange 8.
II-2. L'énergie d'anisotropie magnétocristalline 13.
II-3. L'énergie magnétoélastique 15.
II-4. La magnétostriction 17.
II-5. L'effet inverse de la magnétostriction 20.
II-6. L'énergie magnétostrictive 23.
II-7. L'énergie magnétique 25.
Annexe 1. Rappels de la Théorie de l'élasticité 30.

III - LES DOMAINES DE WEISS 37.
III-1. La paroi de Bloch 37.
III-2. Parois à 71° et à 109° 39.
III-3. Parois à 180° 45.
III-4. Décomposition en domaines de Weiss 48.
III-5. Influence de la magnétostriction sur la formation des domaines 56.

IV - LA PERMÉABILITÉ INITIALE ET LE CHAMP COERCITIF 61.
IV-1. Généralités 61.
IV-2. Contribution des déplacements de parois à la susceptibilité initiale 64.
IV-3. Déplacement des parois à 180° - Effet des tensions internes 65.
IV-4. Déplacement des parois à 90° 66.
IV-5. Effet des inclusions 69.
IV-6. Le champ coercitif 74.
IV-7. Détermination du paramètre A reliant les paramètres μ_i, H_c, M_s 77.
IV-8. Répartition en domaines par effet de charges libres 80.
IV-9. Mécanisme d'aimantation réversible 86.

V - INFLUENCE DES CONTRAINTES MÉCANIQUES 88.

V-1. Influence d'une contrainte uniaxiale sur la mobilité des parois 88.

V-2. Action des contraintes sur la décomposition en domaines 94.

VI - SIGNIFICATION PHÉNOMÉNOLOGIQUE DE LA PERMÉABILITÉ ALTERNATIVE 97.

VI-1. L'oscillateur à self non-linéaire 97.

VI-2. Calcul de la perméabilité alternative dans le cas où l'aimantation est décrite par une extension de la loi de Rayleigh 98.

VI-3. Confrontation avec l'expérience 102.

VI-4. Modèles pour le cycle d'hystérésis 103.

VI-5. Le diagramme de Preisach 106.

VII - LA MÉMOIRE MAGNÉTOMÉCANIQUE 111.

VII-1. Introduction 111.

VII-2. La mémoire potentielle 114.

VII-3. La fonction effacement 117.

VII-4. Sensibilité des différents termes à la pression 118.

VII-5. Explication de ω 121.

Annexe 2. Signification physique de ε 124.

VIII - EXPÉRIENCES ET ANALYSES 127.

VIII-1. Introduction 127.

VIII-2. Etude de la perméabilité 131.

VIII-3. Caractérisation des perméabilités alternatives et réversibles 131.

VIII-4. Etude statistique des tores 2003 136.

VIII-5. Etude de la porosité intergranulaire 141.

VIII-6. Etude de la propriété magnétoélastique 145.

VIII-7. Etude du cyclage 149.

VIII-8. Etude de la mémoire magnétomécanique (sans champ magnétique continu) 152.

VIII-9. Etude de la mémoire magnétomécanique (avec champ magnétique continu) 158.

VIII-10. Etude au microscope électronique à balayage 159.

VIII-11. Analyses chimiques 165.

VIII-12. Analyses aux rayons X 166.

VIII-13. Etude au magnétomètre de Foner 166.

VIII-14. Erreurs expérimentales 170.

RÉSUMÉ ET CONCLUSIONS 173.

BIBLIOGRAPHIE 175.

INTRODUCTION

On ressent en médecine osseuse le besoin d'un capteur de pression microminiature capable de s'insérer dans les articulations pour mesurer des pressions atteignant plusieurs centaines de kgf/cm^2. Petite taille, disponibilité commerciale à bas prix, résistance mécanique : telles furent les caractéristiques initiales qui nous ont incité à examiner les propriétés magnéto-élastiques de tores de ferrite en vue de cette application.

Ce mémoire présente les résultats de nos études sur des ferrites de manganèse-zinc et les explications que nous proposons pour les phénomènes mis en évidence.

Nous présentons dans les deux premiers chapitres les éléments sur lesquels est basée la théorie que nous développerons ultérieurement : quelques notions physico-chimiques sur les ferrites, puis l'analyse des différentes énergies dont dépend l'état d'équilibre magnétique. Nous avons traité en détail la magnétostriction puisqu'aucune notation universelle ne s'est imposée et que l'on assiste à une grande confusion dans ce domaine.

Dans le troisième chapitre nous traitons les domaines de Weiss. Nous avons systématisé les calculs de l'énergie d'anisotropie pour les parois à 71°, à 109°, et à 180°. La complexité de l'expression générale de cette énergie nous a conduit à faire plusieurs simplifications dans les calculs de l'énergie de paroi. Nous discutons les différentes énergies déterminantes dans la décomposition en domaines, et notamment à la fin de ce chapitre, l'influence de la magnétostriction.

La perméabilité initiale et le champ coercitif sont déterminés par la mobilité des parois et sont traités dans le quatrième chapitre. Nous examinons trois cas importants où la mobilité subit l'influence des inclusions. Nous développons ensuite un modèle de décomposition en domaines par effet de charges libres ; le calcul de ce modèle nous conduit à une expression approchée pour la perméabilité d'un ferrite polycristallin dans lequel il existe une continuité de l'aimantation aux joints de grains. On exprime souvent la perméabilité initiale par l'expression $\mu_i = A \frac{M_S}{H_C}$, et nous montrons que A est le produit de trois facteurs : dimension des domaines, distribution des phases, mobilité des parois.

Dans le cinquième chapitre, nous discutons l'influence d'une contrainte mécanique uniaxiale sur la mobilité des parois. Nous montrons, grâce à une théorie essentiellement phénoménologique, d'une part, la linéarité de l'inverse de la susceptibilité initiale en fonction de l'intensité de la contrainte et d'autre part, que la magnétosensibilité est indépendante du champ magnétique.

La perméabilité alternative fut déterminée par une mesure de fréquence d'un oscillateur. Les cycles d'hystérésis des tores de ferrite introduisent un élément non-linéaire dans le circuit accordé. Nous examinons dans le sixième chapitre la signification de la perméabilité ainsi mesurée. Le diagramme de Preisach est introduit pour effectuer des calculs de l'aimantation rémanente M_r et de la dérivée $(\frac{dM}{dH})_0$ dans le cas où $a_m > b_m$.

Nous introduisons dans le septième chapitre deux fonctions qui permettent d'expliquer l'allure des courbes de la mémoire magnéto-mécanique : la fonction de mémoire potentielle M_p et celle d'effacement F_L. L'utilisation du diagramme de Preisach permet l'explication phénoménologique de ces deux fonctions.

Nous montrons que l'existence d'une mémoire s'explique par le fait que les parois ne reviennent pas à leurs positions initiales après qu'elles aient subi une contrainte mécanique extérieure.

Le huitième chapitre est consacré à l'exposé de nos résultats expérimentaux. Nous avons étudié les propriétés magnétomécaniques de huit types de ferrites par l'évolution de la perméabilité avant, pendant et après l'application d'une contrainte appliquée sur la surface des tores. Ce travail expérimental fut complété par des analyses chimiques, des déterminations cristallographiques aux rayons X, et des études sur la taille et la morphologie des cristallites au microscope électronique à balayage.

Nous avons regroupé les résultats de nos expériences au lieu de les présenter avec leurs explications théoriques.

Nos réflexions théoriques nous ont souvent suggéré la démarche expérimentale qu'il fallait suivre ; de la même façon, nos résultats ont confirmé ou infirmé les hypothèses que nous nous sommes proposées. Dans une certaine mesure donc, cette séparation des résultats expérimen-

taux et de la théorie n'est pas justifiée. Cependant, nous estimons que cette démarche permet un développement logique de la théorie et une présentation claire et concise des résultats.

CHAPITRE I - PHYSICO-CHIMIE DES FERRITES

I - 1 GENERALITES SUR LES FERRITES DE STRUCTURE SPINELLE

Les ferrites dont la structure est la plus simple et qui possèdent en même temps les propriétés les plus intéressantes en tant que matériaux doux sont ceux qui dérivent directement de la magnétite Fe_2O_3,FeO. En remplaçant l'ion fer bivalent, nous avons la formule chimique générale MO,Fe_2O_3, où pour ces ferrites, M désigne un ion métallique bivalent de rayon compris approximativement entre 0,5 et 1,0 Å. Dans le cas des ferrites simples, M est l'un des éléments Mn, Fe, Co, Ni, Cu, Zn, Mg, ou Cd, et pour les ferrites mixtes, une combinaison de ces mêmes ions.

L'expérience montre que, suivant la nature de cet ion, les ferrites sont magnétiques ou non. Ceux qui le sontpossèdent en gros des propriétés analogues à celles des métaux ferromagnétiques ; leurs propriétés magnétiques disparaissent au-dessus d'une température caractéristique, appelée température de Curie.

La plus petite maille du réseau spinelle qui présente la symétrie cubique contient huit "molécules" de MO,Fe_2O_3. Les ions oxygène, dont les dimensions sont relativement grandes, forment un réseau cubique à faces centrées. Les ions métalliques se placent dans les interstices. Deux sortes de cavités sont disponibles : des sites A, tétraédriques, et des sites B, octaédriques, limités respectivement par 4 et 6 ions oxygène. La maille primitive cubique possède 64 sites tétraédriques dont 8 seulement sont occupés par des ions métalliques, et 32 sites octaédriques, dont 16 sont occupés.

La répartition des divers ions métalliques (cations) présente un intérêt particulier. Dans la structure dite "normale", les sites A sont occupés par les ions bivalents M^{2+} et les sites B par les ions Fe^{3+}. Dans la structure dite "inverse", les sites A sont occupés par la moitié des ions trivalents ; les autres ions trivalents et bivalents, à égalité, se répartissent dans les sites B. La figure I-1 donne une représentation

schématique d'une structure inverse. Suivant leur configuration électronique et leur rayon ionique, les ions métalliques ont une préférence plus ou moins marquée pour les sites A ou les sites B.

L'importance de la répartition des cations entre les deux catégories de sites tient au fait que, selon la théorie du ferrimagnétisme, chaque catégorie de sites forme un sous-réseau dont tous les moments magnétiques élémentaires sont parallèles entre eux (à l'agitation thermique près), les deux sous-réseaux étant anti-parallèles. L'aimantation spontanée M_s de la substance est donc la différence des aimantations spontanées des deux sous-réseaux. Ainsi s'explique qu'en général les ferrites ont un moment magnétique à saturation beaucoup plus faible que les alliages métalliques.

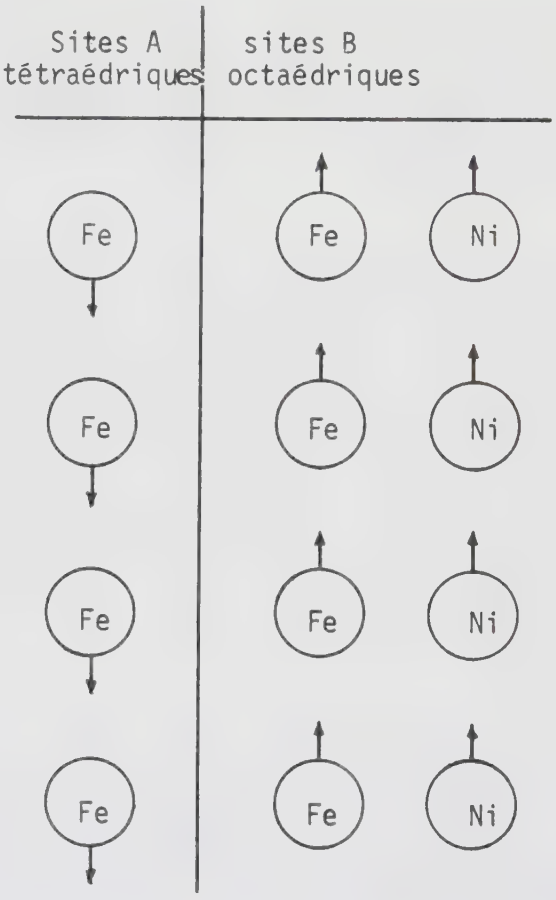


Fig. I-1 Représentation de la structure inverse (le sens des flèches est celui des moments magnétiques élémentaires).

I - 2 PREPARATION DES FERRITES

Les échantillons de ferrites polycristallins sont préparés par une méthode qui comprend les processus suivants :

On réalise d'abord un mélange intime en proportions convenables d'oxydes ou de sels des métaux composants. Ce mélange, habituellement obtenu par un procédé mécanique, dans un broyeur, peut l'être aussi par coprécipitation chimique de sels des différents métaux. Le mélange est ensuite séché, éventuellement pressé de manière à lui donner une forme particulière, et enfin porté à une température d'environ 1000°C. Ce préfrittage provoque la réaction chimique initiale entre les composantes. Pour obtenir un échantillon chimiquement homogène, on broie et mélange à nouveau cette première préparation. Après adjonction d'un liant, la poudre ainsi obtenue est pressée en forme, ou mise par extrusion sous forme de tubes ou de barreaux. Ces pièces sont frittées à une température comprise entre 1200 et 1400° C, la valeur exacte dépendant des propriétés que l'on désire donner au ferrite. Cette opération est la plus délicate, ayant pour but de former complètement le matériau, de le densifier, et de lui donner une structure correspondant aux propriétés recherchées. La grosseur des grains, par exemple, peut être contrôlée par la température maximum et la durée de passage à cette température.

Dans beaucoup de cas, les métaux composants présentent plusieurs degrés d'oxydation. C'est le cas par exemple, du manganèse. L'atmosphère gazeuse qui règne dans le four lors du deuxième frittage joue donc un rôle essentiel et doit être réglée avec une grand précision.

Un certain retrait se produit pendant le traitement thermique dont il faut tenir compte lors de la construction des moules.

La grande diversité dans la composition et dans les conditions de préparation des ferrites permet d'obtenir une gamme très étendue de propriétés. On sait qu'une anisotropie magnétocristalline aussi faible que possible permet d'atteindre une perméabilité élevée. Les phénomènes

de diffusion électronique et ionique jouent aussi un grand rôle, notamment dans les mécanismes de conductibilité électrique et de pertes résiduelles par trainage magnétique.

On dispose donc, avec la composition du matériau, la nature de l'atmosphère, la température et la durée des traitements thermiques, d'un nombre pratiquement infini de paramètres pour donner au ferrite les propriétés correspondant à chaque utilisation particulière.

CHAPITRE II - LES ÉNERGIES DANS LES CRISTAUX FERROMAGNÉTIQUES

Introduction

Les différents types d'énergie qui interviennent dans les processus d'aimantation sont :

- l'énergie d'échange
- l'énergie d'anisotropie magnétocristalline,
- l'énergie magnétoélastique,
- l'énergie du champ.

L'énergie d'échange et l'énergie d'anisotropie magnétocristalline déterminent l'énergie propre superficielle des parois dans les cas où l'énergie magnétoélastique, de même que l'énergie due aux tensions internes, sont petites devant l'énergie d'anisotropie magnétocristalline (K relativement important).

La décomposition en domaines de Weiss est due à l'équilibre entre l'énergie de paroi et l'une des énergies magnétocristalline, magnétoélastique, ou de champ, ou de leur composition, suivant les textures possibles (cristal uniaxe ; cubique, etc.). L'énergie totale est la somme des contributions différentes : $W = W_p + W_{an} + W_{me} + W_m$

La perméabilité va dépendre de l'équilibre entre l'énergie de l'aimantation dans le champ appliqué et la variation de celle de la paroi avec sa position dans le cristal et de la décomposition en domaines.

Une contrainte mécanique extérieure va influer à trois niveaux : sur l'énergie magnétoélastique, sur la décomposition en domaines de Weiss, et enfin sur la perméabilité.

II - 1 L'ENERGIE D'ECHANGE

L'énergie d'échange est engendrée par l'interaction entre les moments élémentaires d'atomes voisins. Les actions mutuelles entre ces moments sont très intenses à faible distance et diminuent rapidement quand la distance augmente, de sorte que l'on peut ne tenir compte que des interactions entre plus proches voisins. L'énergie d'échange produite

par le couplage de deux atomes A et B, dont les moment de spin $\vec{S}_A$ et $\vec{S}_B$ font entre eux un angle Ψ_{AB}, varie, à une constante additive près, comme le produit scalaire de ces moments :

$$f_{AB} = 2 J S_A S_B (1 - \cos \Psi_{AB}) \qquad \text{(II-1)}$$

Le coefficient J est appelé intégrale d'échange.

On doit exprimer l'énergie d'échange entre deux spins faisant entre eux un angle Ψ_{AB} en fonction des coordonnées polaires θ et ϕ de chacun d'eux. Ces coordonnées polaires sont liées à la paroi de Bloch étudiée. L'angle ϕ est l'angle que fait le moment avec la normale à la paroi et θ est l'angle que fait la projection de ce moment sur le plan de la paroi avec un axe situé dans cette paroi. (figures II-1, II-2)

Pour que la divergence de l'aimantation soit nulle, il faut supposer que la rotation de l'aimantation dans la paroi s'effectue à θ variable et ϕ constant. L'angle des moments magnétiques de ces deux atomes Ψ_{AB} est déterminé facilement en écrivant que $\vec{M}_B$ se déduit de $\vec{M}_A$ par une rotation $\Delta\theta_{AB}$ autour de la normale à la paroi. On a :

$$\sin^2 \phi \cos \Delta\theta_{AB} + \cos^2 \phi = \cos \Psi_{AB} \qquad \text{(II-2)}$$

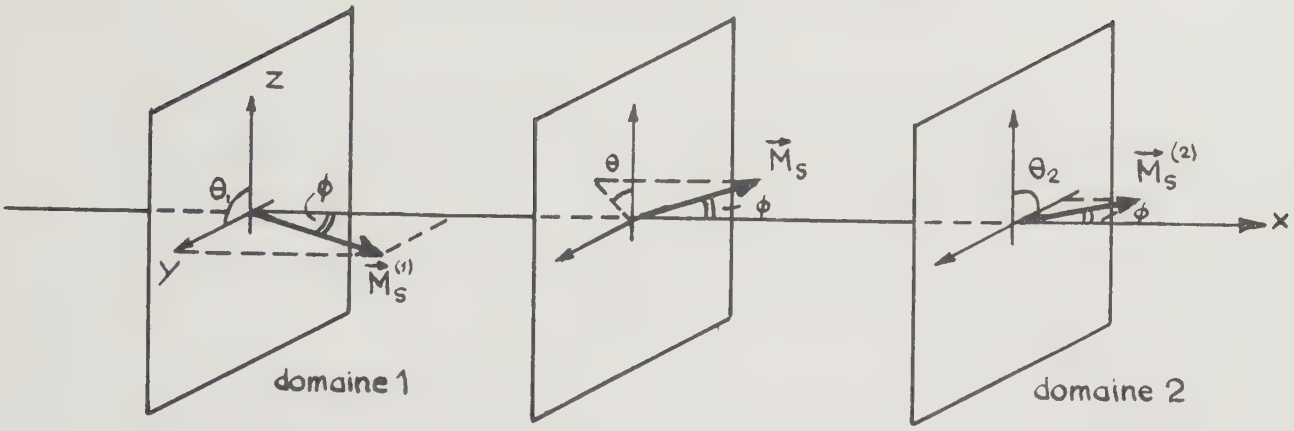
La rotation étant petite, l'expression (II-1) devient pour $\vec{S}_A = \vec{S}_B$:

$$f_{AB} = J S^2 \sin^2 \phi \, (\Delta\theta_{AB})^2 \qquad \text{(II-3)}$$

Soient deux atomes voisins A et B dont le vecteur $\vec{r}_{AB}$ fait avec Ox l'angle λ. (figure II - 3). On a ainsi :

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{\Delta\theta_{AB}}{r_{AB} \cos \lambda} \qquad \text{(II-4)}$$

Fig. II-1. Changement de direction de l'aimantation dans une paroi de Bloch



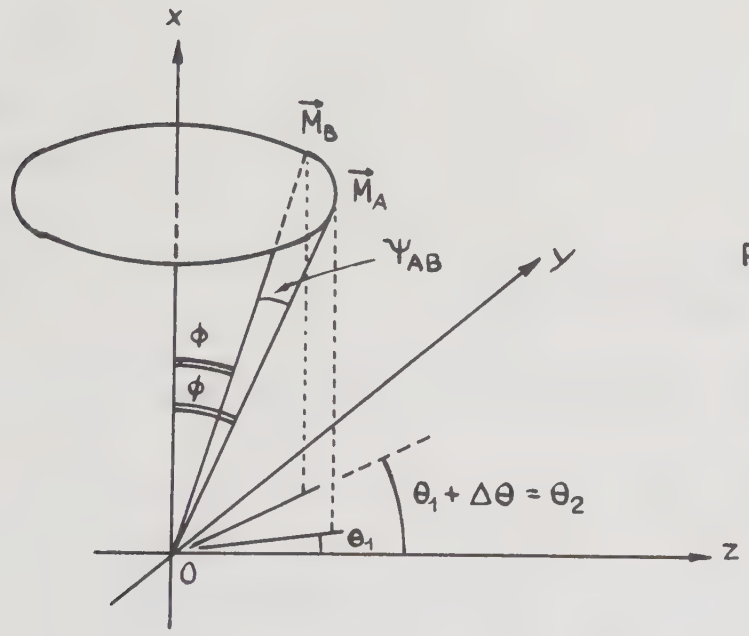
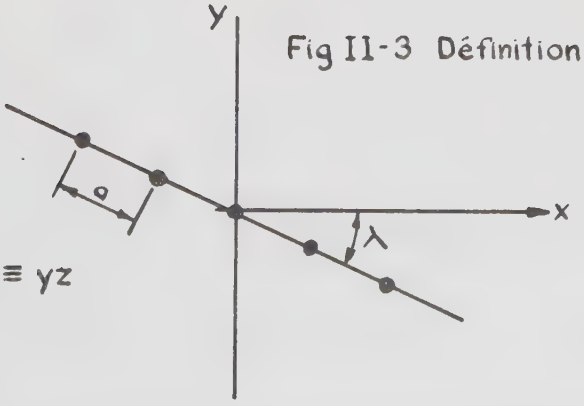


Fig II-2. Définition des angles



Plan de la paroi ≡ yz

Fig II-3 Définition de λ

L'énergie d'échange devient :

$$f_{AB} = JS^2 \sin^2 \phi \; r_{AB}^2 \cos^2 \lambda \left(\frac{d\theta}{dx}\right)^2 \qquad \text{(II-5)}$$

La moyenne de $\cos^2\lambda$ pour les plus proches voisins étant 1/3 pour toutes les symétries cubiques, l'énergie d'échange entre deux voisins est en moyenne :

$$\overline{f_{AB}} = \frac{JS^2}{3} \sin^2 \phi \; r_{AB}^2 \left(\frac{d\theta}{dx}\right)^2 \qquad \text{(II-6)}$$

Néel arrive à une forme analogue en partant du concept de champ moléculaire. Un atome est soumis à un champ moléculaire $N\vec{M}_s$ de ses z voisins. Chaque voisin produit donc en moyenne un champ $N\vec{M}_s/z$. Soit $\vec{\mu}$ le moment d'un atome. L'énergie du moment $\vec{\mu}$ dans le champ $N\vec{M}_s/z$ est $-\vec{\mu}.N\vec{M}_s/z$, ou $\frac{\mu N M_s \cos \Psi}{z}$, Ψ étant l'angle $(\vec{\mu}, \vec{M}_s)$. Comme seules nous intéressent les variations d'énergie en fonction de l'angle Ψ, on peut poser :

$$\overline{f_{AB}} = \frac{NM_s \mu}{z} \overline{(1 - \cos \Psi)} \qquad \text{(II-7)}$$

L'énergie d'échange par unité de volume est alors :

$$W_{AB} = \overline{f_{AB}} \cdot \frac{nz}{2} \qquad \text{(II-8)}$$

où n est le nombre de moments élémentaires par unité de volume, le facteur 1/2 étant introduit pour ne pas compter deux fois l'énergie d'échange entre deux atomes.

On a $n\mu = M_s$; d'où :

$$W_{AB} = \frac{NM_s^2}{2} \overline{(1 - \cos \Psi)} \qquad \text{(II-9)}$$

où $\overline{(1 - \cos \Psi)} = \frac{1}{6} \sin^2 \phi \; r_{AB}^2 \left(\frac{d\theta}{dx}\right)^2$ (II-10)

soit : $W_{AB} = A \left(\frac{d\theta}{dx}\right)^2$ (II-11)

en posant dans ce cas $A = \frac{NM_s^2}{12} r_{AB}^2 \sin^2 \phi$ (II-12)

W_{AB} est la densité volumique d'énergie d'échange.

On peut obtenir une valeur approximative de l'énergie d'échange en écrivant que, au point de Curie T_c (°K), l'énergie thermique d'un atome qui a pour valeur en thermodynamique kT/2 par degré de liberté, est égale au maximum de l'énergie d'échange relative à cet atome. Ceci donne la relation :

$$\frac{3}{2} kT_c = \frac{NM_s\mu}{2} \qquad \text{(II-13)}$$

L'équation (II-12) peut alors s'écrire :

$$A = \frac{kT_c}{4} \frac{1}{r_{AB}} \sin^2 \phi \qquad \text{(II-14)}$$

Dans les substances dites ferrimagnétiques, telles que les ferrites, la situation est complexe. Il a été montré par Néel que l'on trouve alors, dans une même molécule, des atomes entre lesquels les intégrales d'échange sont négatives et dont les moments sont par suite dirigés en sens opposés. Le moment de la molécule est la différence entre les sommes des moments dirigés dans chacun des deux sens. Il s'ensuit dans le cas de la structure spinelle que la distance effective entre "plus proches voisins" se trouve être égale à la moitié du paramètre cristallin.

Une application numérique nous donnera l'ordre de grandeur de la constante A. Pour les ferrites étudiés on a par exemple :

$T_c = 450°K$

$a = 8,4 \text{ Å}$

$k = 1,38\ 10^{-16}$ erg/°K

$A(\phi = \frac{\pi}{2}) = 0,37.10^{-6}$ erg/cm.

II - 2 L'ENERGIE D'ANISOTROPIE MAGNETOCRISTALLINE

On entend par anisotropie magnétique la variation de l'énergie interne avec la direction de l'aimantation spontanée. Un terme énergétique de ce genre s'appelle énergie d'anisotropie magnétique. En général, cette énergie tient compte de la symétrie cristalline du matériau, auquel cas, nous avons l'anisotropie magnétocristalline. L'anisotropie magnétostrictive est l'anisotropie produite par l'application d'une force mécanique. Un troisième type d'anisotropie est celui produit par un traitement thermique en présence d'un champ magnétique.

On ne traite ici que cette énergie magnétocristalline qui provient de la disposition régulière des atomes dans le réseau cristallin. Il résulte du couplage entre le moment orbital et le moment de spin que les aimantations sont en quelque sorte attirées vers les directions privilégiées dites de "facile aimantation", et tendent au contraire à s'écarter d'autres directions dites "directions difficiles".

Les corps qui cristallisent dans le système cubique se divisent en deux classes : - dans la première qui comprend le fer, les directions faciles sont celles des arêtes du cube ; elles sont au nombre de six, les deux sens de chaque arête étant équivalents ; les directions difficiles, au nombre de huit, sont celles des diagonales principales;

- dans la deuxième qui comprend le nickel et la plupart des ferrites, la situation est inverse, les directions faciles étant celles des diagonales principales et les directions difficiles celles des arêtes

Nous pouvons représenter formellement la densité d'énergie magnétocristalline par un développement en série de puissances croissantes des cosinus directeurs $(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$ de l'aimantation rapportés aux axes quaternaires. Le développement doit être symétrique en α_1, α_2, α_3 et ne comporte que des puissances paires pour les raisons énoncées ci-dessus.

Les termes du deuxième degré ne sont pas à considérer en raison de l'identité :

$$\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 = 1 \qquad \text{(II-15)}$$

En élevant cette identité au carré, nous obtenons :

$$\alpha_1^4 + \alpha_2^4 + \alpha_3^4 = 1 - 2\,(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_3^2\alpha_1^2)$$

La même identité (15) élevée à la puissance trois, peut être réduite aux termes du type $\sum_{j>i} \alpha_i^2 \alpha_j^2$ et $\alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2$

Compte tenu de ces expressions, l'énergie, limitée à ses deux premiers termes, s'écrit :

$$W_{an} = K_1 (\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_3^2 \alpha_1^2) + K_2 \alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2 \qquad \text{(II-16)}$$

K_1 est positif quand les axes de facile aimantation sont les arêtes de la maille cubique, et négatif quand les axes de facile aimantation sont les diagonales d'espace de la maille.

Assez souvent le terme en K_1 est suffisant pour représenter les résultats expérimentaux, et le tableau II - 1 nous donne quelques valeurs de K_1 pour des ferrites de manganèse-zinc.

Tableau II - 1 Constantes d'anisotropie* pour les ferrites de manganèse-zinc : $Mn_xZn_yFe_zO_4$

* il faut multiplier les valeurs ci-dessous par 10^4 (erg/cm^3)

x	y	z	K_1(20°C)	K_1(- 183°C)
0,15	0,19	2,66	- 7,6	- 21,8
0,28	0,19	2,53	- 4,0	- 19,5
0,31	0,39	2,30	- 0,2	- 8,2
0,42	0,43	2,15	0,2	- 3,3
0,45	0,35	2,20	0,2	- 3,8
0,49	0,45	2,06	0,6	- 3,7
0,50	0,12	2,38	- 0,2	- 5,7
0,52	0,40	2,08	- 0,1	- 4,5
0,54	0,18	2,28	0,4	- 1,6
0,57	0,40	2,03	- 0,2	- 12,0
0,58	0,38	2,04	- 0,2	- 6,0
0,59	0,20	2,21	0,4	- 4,5
0,62	0,41	1,97	- 0,2	- 8,7
0,66	0,30	2,04	- 1,0	- 12,0
0,86	0,20	1,94	- 1,0	- 16,0
0,98	0,06	1,96	- 4,0	- 19,7
1,01	0,21	1,78	- 1,0	- 15,2

(d'après Ohta, K.,'J. Phys. Soc. Japan', Vol. 18, p. 684 (1963))

II - 3 L'ENERGIE MAGNETOELASTIQUE

La déformation d'un réseau cristallin entraine une modification de l'énergie d'anisotropie magnétocristalline : l'augmentation ou la diminution de cette énergie est appelée énergie magnétoélastique et est fonction, d'une part, des modules d'élasticité du cristal, et d'autre part, du déplacement de l'aimantation qui tourne spontanément pour réduire au minimum l'énergie totale.

On peut établir pour un cristal les équations convenables par un développement de l'énergie libre du cristal aimanté dans une certaine direction $\vec{\alpha}$, suivant les puissances croissantes des déformations ε_{ij} (cf. annexe 1). Le terme indépendant de ε_{ij} est l'énergie magnétocristalline ; le terme linéaire en ε_{ij} est l'énergie magnétoélastique dont la forme est imposée par les propriétés de symétrie du cristal. Une deuxième méthode pour effectuer ce calcul consiste, à partir d'une énergie de couplage magnétique entre atomes donnés, à calculer l'énergie magnétocristalline d'un réseau déformé. Les termes du premier ordre par rapport aux déformations donnent l'énergie magnétoélastique.

Nous supposerons que le couplage magnétique entre atomes peut s'exprimer formellement à l'aide d'interactions de paires d'atomes A et B :

$$W = \frac{1}{2} \sum_{AB} w_{AB} \qquad \text{(II - 17)}$$

Nous supposerons en plus que la fonction W_{AB} ne dépend que de la distance r des deux atomes considérés, et de l'angle ϕ que fait $\vec{r}$ avec la direction $\vec{\alpha}$ de l'aimantation spontanée. D'une manière très générale, nous pouvons développer w_{AB} ($\vec{\alpha}$, $\vec{r}$) en polynômes de Legendre :

$$w(\cos\phi) = g(r) + h(r)(\cos^2\phi - 1/3) + q(r)\,(\cos^4\phi - \frac{6}{7}\cos^2\phi + \frac{3}{35}) \pm \ldots. \qquad \text{(II - 18)}$$

Nous voyons que le premier terme g(r) est indépendant de la direction de l'aimantation. Le deuxième terme représente des interactions du type dipôle-dipôle et donne la contribution prépondérante à l'énergie magnétoélastique. L'énergie mutuelle de ces dipôles s'exprime ainsi :

$$w(r, \phi) = h(r)\,(\cos^2\phi - \frac{1}{3}) \qquad \text{(II - 19)}$$

Soient $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ les cosinus directeurs de l'aimantation spontanée, et $(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$ ceux de $\vec{r}$. On a ainsi :

$$w = h(r)(\cos^2(\vec{\alpha}.\vec{\gamma}) - \frac{1}{3})$$
$$= h(r)[(\alpha_1 \gamma_1 + \alpha_2 \gamma_2 + \alpha_3 \gamma_3)^2 - \frac{1}{3}] \qquad (II - 20)$$

Nous en déduisons, pour un couple d'atomes donné, la variation de l'énergie mutuelle :

$$\Delta w = \frac{\partial w}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial w}{\partial \gamma} \Delta \gamma$$
$$= \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r[(\alpha_1 \gamma_1 + \alpha_2 \gamma_2 + \alpha_3 \gamma_3)^2 - \frac{1}{3}] \qquad (II - 21)$$
$$+ 2h(\alpha_1 \gamma_1 + \alpha_2 \gamma_2 + \alpha_3 \gamma_3)(\alpha_1 \Delta\gamma_1 + \alpha_2 \Delta\gamma_2 + \alpha_3 \Delta\gamma_3)$$

Sans déformation, l'équation (II -20) nous donne pour l'énergie mutuelle de deux atomes situés sur l'axe des x :

$$w_x = h(r_o)(\alpha_1^2 - \frac{1}{3})$$
$$\text{où } \gamma_1 = 1 \; ; \; \gamma_2 = \gamma_3 = 0 \qquad (II-22)$$

Nous allons définir la déformation du cristal par le tenseur ε_{ij} de composantes $(\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{yz}, \varepsilon_{zx})$. Avec déformation la longueur originelle r_o devient $r_o(1 + \varepsilon_{xx})$, et les cosinus directeurs sont $\Delta\gamma_2 = \frac{1}{2}\varepsilon_{xy}$, $\Delta\gamma_3 = \frac{1}{2}\varepsilon_{zx}$ (voir annexe 1). Soit pour l'énergie, d'après (II - 21) :

$$\Delta w_x = \frac{\partial h}{\partial r} r_o \varepsilon_{xx} (\alpha_1^2 - \frac{1}{3}) + h \alpha_1 \alpha_2 \varepsilon_{xy} + h \alpha_1 \alpha_3 \varepsilon_{zx} \qquad (II - 23)$$

On trouve facilement des équations semblables pour Δw_y et Δw_z et on en déduit l'énergie magnétoélastique :

$$W_{me} = \frac{1}{2} \sum_{AB} w_{AB}$$
$$= \Delta w_x + \Delta w_y + \Delta w_z$$
$$= B_1[\varepsilon_{xx}(\alpha_1^2 - \frac{1}{3}) + \varepsilon_{yy}(\alpha_2^2 - \frac{1}{3}) + \varepsilon_{zz}(\alpha_3^2 - \frac{1}{3})] \qquad (II - 24)$$
$$+ B_2(\varepsilon_{xy} \alpha_1 \alpha_2 + \varepsilon_{yz} \alpha_2 \alpha_3 + \varepsilon_{zx} \alpha_3 \alpha_1)$$

II - 4 LA MAGNETOSTRICTION

Puisque l'énergie magnétoélastique est une fonction linéaire des composantes ε_{xx}, ε_{yy}, .. . ε_{zx}, le cristal serait infiniment déformé à moins que sa déformation ne soit limitée par des forces élastiques (voir annexe 1)

$$w_{él} = \frac{1}{2} \sum_{ij,kl} C_{ij,kl}\, \varepsilon_{ij}\, \varepsilon_{kl} \qquad \text{(II - 25)}$$

Dans le cas d'un cristal cubique, les seuls coefficients de rigidité $C_{a,b}$ non nuls sont :

$$C_{11} = C_{22} = C_{33} \; ; \quad C_{12} = C_{23} = C_{31} \; ; \quad C_{44} = C_{55} = C_{66}$$

de telle sorte que :

$$w_{él} = \frac{C_{11}}{2} (\varepsilon^2_{xx} + \varepsilon^2_{yy} + \varepsilon^2_{zz}) + C_{12}(\varepsilon_{yy}\,\varepsilon_{zz} + \varepsilon_{yy}\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{zz}\,\varepsilon_{xx}) + \frac{C_{44}}{2} (\varepsilon^2_{xy} + \varepsilon^2_{yz} + \varepsilon^2_{zx}) \qquad \text{(II - 26)}$$

L'énergie libre totale F est la somme de l'énergie magnétoélastique et l'énergie élastique. Pour que l'énergie libre soit minimale.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{xx}} &= B_1(\alpha_1^2 - \tfrac{1}{3}) + C_{11}\,\varepsilon_{xx} + C_{12}\,(\varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}) = 0 \\
\frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{yy}} &= B_1(\alpha_2^2 - \tfrac{1}{3}) + C_{11}\,\varepsilon_{yy} + C_{12}(\varepsilon_{zz} + \varepsilon_{xx}) = 0 \\
\frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{zz}} &= B_1\,(\alpha_3^2 - \tfrac{1}{3}) + C_{11}\,\varepsilon_{zz} + C_{12}\,(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}) = 0 \\
\frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{xy}} &= B_2\,\alpha_1\,\alpha_2 + C_{44}\,\varepsilon_{xy} = 0 \\
\frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{yz}} &= B_2\,\alpha_2\,\alpha_3 + C_{44}\,\varepsilon_{yz} = 0 \\
\frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{zx}} &= B_2\,\alpha_3\,\alpha_1 + C_{44}\,\varepsilon_{zx} = 0
\end{aligned} \qquad \text{(II - 27)}$$

Ces six équations donnent : $\varepsilon_{ij} = \frac{-B_2}{C_{44}} \alpha_i \alpha_j$ pour $i \neq j$

$$\varepsilon_{ii} = \frac{-B_1}{C_{11} - C_{12}} \left(\alpha_i^2 - \frac{1}{3}\right) \qquad \text{(II - 28)}$$

Soit un point $l(x,y,z)$ qui subit une déformation telle que les nouvelles coordonnées soient $l'(x',y',z')$:

$$\begin{aligned} x' &= (1 + \varepsilon_{xx})\, x + \varepsilon_{xy}\, y + \varepsilon_{xz} z \\ y' &= \varepsilon_{xy} x + (1 + \varepsilon_{yy}) y + \varepsilon_{yz} z \\ z' &= \varepsilon_{xz} x + \varepsilon_{yz} y + (1 + \varepsilon_{zz})\, z \end{aligned} \qquad \text{(II - 29)}$$

En négligeant les termes en $(\varepsilon_{ij})^2$, on trouve :

$$\begin{aligned} \delta(l^2) &= (x'^2 - x^2) + (y'^2 - y^2) + (z'^2 - z^2) \\ &= 2\left[\varepsilon_{xx} x + \varepsilon_{yy} y + \varepsilon_{zz} z\right] + 4\left[\varepsilon_{xy} xy + \varepsilon_{xz} xz + \varepsilon_{yz} yz\right] \\ &= 2 \sum \varepsilon_{ij}\, ij \end{aligned}$$

d'où : $2\, l\, \delta l = 2 \sum \varepsilon_{ij}\, ij$

et enfin : $\frac{\delta l}{l} = \sum \varepsilon_{ij}\, \beta_i\, \beta_j$ (II - 30)

La déformation observée dans une direction quelconque $(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ est donnée par la relation suivante :

$$\frac{\delta l}{l} = \varepsilon_{xx} \beta_1^2 + \varepsilon_{yy} \beta_2^2 + \varepsilon_{zz} \beta_3^2 + 2\left[\varepsilon_{xy} \beta_1 \beta_2 + \varepsilon_{xz} \beta_1 \beta_3 + \varepsilon_{yz} \beta_2 \beta_3\right] \qquad \text{(II - 31)}$$

ou avec les équations (II-28) :

$$\frac{\delta l}{l} = \frac{-B_1}{C_{11} - C_{12}} \left(\alpha_1^2 \beta_1^2 + \alpha_2^2 \beta_2^2 + \alpha_3^2 \beta_3^2 - \frac{1}{3}\right)$$

$$- \frac{2 B_2}{C_{44}} (\alpha_1 \alpha_2 \beta_1 \beta_2 + \alpha_2 \alpha_3 \beta_2 \beta_3 + \alpha_1 \alpha_3 \beta_1 \beta_3) \qquad (II - 32)$$

étant donné que $(\beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_3^2) = 1$

Pour un échantillon orienté suivant [100] , aimanté à saturation parallèlement à son axe ($\alpha_1 = \beta_1 = 1$; $\alpha_2 = \alpha_3 = \beta_2 = \beta_3 = 0$) :

$$\left(\frac{\delta l}{l}\right)_{100} = \lambda_{100} = - \frac{2}{3} \frac{B_1}{C_{11} - C_{12}} \qquad (II - 33)$$

De même dans la direction [111] ($\alpha_i = \beta_i = \frac{1}{\sqrt{3}}$)

$$\left(\frac{\delta l}{l}\right)_{111} = \lambda_{111} = - \frac{2}{3} \frac{B_2}{C_{44}} \qquad (II - 34)$$

Dans ces deux dernières équations λ_{100} et λ_{111} sont les constantes de magnétostriction. En les introduisant à la place des constantes B_1 et B_2 dans l'expression de la variation de longueur (II-32), nous trouvons l'expression générale :

$$\frac{\delta l}{l} = \frac{3}{2} \lambda_{100} (\alpha_1^2 \beta_1^2 + \alpha_2^2 \beta_2^2 + \alpha_3^2 \beta_3^2 - \frac{1}{3}) \qquad (II - 35)$$

$$+ 3 \lambda_{111} (\alpha_1 \alpha_2 \beta_1 \beta_2 + \alpha_2 \alpha_3 \beta_2 \beta_3 + \alpha_3 \alpha_1 \beta_3 \beta_1)$$

Il est à noter que pour une substance cubique, la variation de longueur est une fonction quadratique, invariante par opération de symétrie sur les cosinus directeurs de l'aimantation et de la direction de mesure.

On peut donc, dans le cas d'un cristal cubique, exprimer la magnétostriction en fonction de λ_{100} et λ_{111}.

Pour une magnétostriction isotrope, $\lambda_{100} = \lambda_{111} = \lambda$, on a :

$$\frac{\delta l}{l} = \frac{3}{2}\lambda\left[\alpha_1^2\beta_1^2 + \alpha_2^2\beta_2^2 + \alpha_3^2\beta_3^2 - \frac{1}{3} + 2(\alpha_1\alpha_2\beta_1\beta_2 + \alpha_2\alpha_3\beta_2\beta_3 + \alpha_3\alpha_1\beta_3\beta_1)\right] \qquad (II - 36)$$

$$= \frac{3}{2}\lambda(\cos^2\phi - \frac{1}{3})$$

ϕ étant l'angle entre α_i et β_i.

II - 5 L'EFFET INVERSE DE LA MAGNETOSTRICTION

Si une variation d'aimantation produit une déformation d'un cristal, inversement des tensions mécaniques doivent donner naissance à une variation de l'aimantation. Soit une tension d'intensité σ, de cosinus directeurs $(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$. Les composantes tensorielles sont $\sigma_{ij} = \sigma\gamma_i\gamma_i$, de façon à ce que :

$$\varepsilon_{xx} = \sigma\left[S_{11}\gamma_1^2 + S_{12}(\gamma_2^2 + \gamma_3^2)\right] \qquad (II - 37)$$

$$\varepsilon_{xy} = \sigma S_{44}\gamma_1\gamma_2$$

S_{11}, S_{12}, S_{44} étant les constantes de rigidité (voir annexe 1). En introduisant ces équations dans (II-24) nous avons :

$$\begin{aligned} W_{me} = B_1\sigma\Big[&S_{11}\gamma_1^2(\alpha_1^2 - \tfrac{1}{3}) + S_{12}(\gamma_2^2 + \gamma_3^2)(\alpha_1^2 - \tfrac{1}{3}) \\ &+ S_{11}\gamma_2^2(\alpha_2^2 - \tfrac{1}{3}) + S_{12}(\gamma_1^2 + \gamma_3^2)(\alpha_2^2 - \tfrac{1}{3}) \\ &+ S_{11}\gamma_3^2(\alpha_3^2 - \tfrac{1}{3}) + S_{12}(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)(\alpha_3^2 - \tfrac{1}{3})\Big] \\ &+ B_2\sigma S_{44}(\alpha_1\alpha_2\gamma_1\gamma_2 + \alpha_2\alpha_3\gamma_2\gamma_3 + \alpha_3\alpha_1\gamma_3\gamma_1) \end{aligned}$$

ce qui donne enfin :

$$\begin{aligned} W_{me} = B_1\sigma(S_{11} - S_{12})(\alpha_1^2\gamma_1^2 + \alpha_2^2\gamma_2^2 + \alpha_3^2\gamma_3^2 - \tfrac{1}{3}) \\ + B_2\sigma S_{44}(\alpha_1\alpha_2\gamma_1\gamma_2 + \alpha_2\alpha_3\gamma_2\gamma_3 + \alpha_3\alpha_1\gamma_3\gamma_1) \end{aligned} \qquad (II - 38)$$

En utilisant les relations entre B_1 et B_2 et λ_{100}, λ_{111}(équa-

tions II-33 et II-34) et avec les relations suivantes,

$$C_{11} = \frac{S_{11} + S_{12}}{(S_{11} - S_{12})(S_{11} + 2S_{12})}$$

$$C_{12} = \frac{- S_{12}}{(S_{11} - S_{12})(S_{11} + 2S_{12})}$$

$$C_{44} = \frac{1}{S_{44}}$$

on trouve :

$$W_{me} = - \frac{3}{2} \lambda_{100} \sigma(\alpha_1^2 \gamma_1^2 + \alpha_2^2 \gamma_2^2 + \alpha_3^2 \gamma_3^2) \qquad \text{(II-39)}$$

$$- 3 \lambda_{111} \sigma(\alpha_1 \alpha_2 \gamma_1 \gamma_2 + \alpha_2 \alpha_3 \gamma_2 \gamma_3 + \alpha_3 \alpha_1 \gamma_3 \gamma_1)$$

Si l'aimantation est parallèle à la direction [100] comme pour un matériau de K_1 positif ($\alpha_1 = 1$; $\alpha_2 = \alpha_3 = 0$) :

$$W_{me} = - \frac{3}{2} \lambda_{100} \sigma \gamma_1^2, \text{ pour les domaines } [100] ,$$

et de la même façon pour l'aimantation dirigée dans les deux autres directions :

$$W_{me}\ [010] = - \frac{3}{2} \lambda_{100} \sigma \gamma_2^2$$

$$W_{me}\ [001] = - \frac{3}{2} \lambda_{100} \sigma \gamma_3^2$$

On peut s'attendre à ce qu'une telle différence d'énergie provoque une pression sur les parois qui séparent les domaines.

De la même manière, pour une direction de facile aimantation [111] (K_1 négatif) ($\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}$) nous avons, au terme constant près :

$$W_{me} = - \lambda_{111} \sigma (\gamma_1 \gamma_2 + \gamma_2 \gamma_3 + \gamma_3 \gamma_1) \qquad \text{(II - 40)}$$

Si nous appelons ϕ l'angle entre [111] et la direction de la tension

σ, nous avons :

$$\cos \phi = \frac{1}{\sqrt{3}} (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3)$$

et donc à une constante près ,

$$W_{me} = - \frac{3}{2} \lambda_{111} \sigma \cos^2 \phi \qquad (II - 41)$$

Pour toutes ces relations, la direction d'aimantation est parallèle à une des directions de facile aimantation. Lorsque la direction d'aimantation subit une rotation, s'écartant de la direction de facile aimantation, l'énergie change de façon très compliquée, comme l'indique l'équation (II - 38) à moins que σ ne soit parallèle à un axe principal.

Tableau II-2 Constantes de Magnétostriction *

$Mn_xFe_yO_4$						
		λ_{100}		λ_{111}		
x	y	20°C	- 100°C	20°C	- 100°C	Références
0	3	-20	- 21	78	71	Bickford et Al.(1)
0.10	2.90	-16	- 22	75	71	Miyata and
0.40	2.60	- 6	- 4	63	92	Funatogawa (2)
0.60	2.40	- 5	- 2	45	73	
0.75	2.25	- 8	- 5	27	50	
0.85	2.15	-14	- 15	16	32	
0.95	2.05	-22	- 29	5	11	
1.05	1.95	-28	- 37	4	10	

$Mn_xZn_yFe_zO_4$					
x	y	z	λ_{100} à 20°C	λ_{111} à 20°C	Références
0.6	0.1	2.1	-14	14	Bozorth et al. (3)

(1) L.R. BICKFORD,Jr., J. PAPPIS, J.L. STULL "Phys. Rev." Vol 99, P.1210 (1955)
(2) N. MIYATA, Z. FUNATOGAWA :"J. Phys. Soc. Japan", Vol.17, Suppl. B1, p;279 (196
(3) R.M. BOZORTH, E.F. TILDEN, A.J. WILLIAMS :"Phys. Rev.", Vol 99, p.1788 (1955)

* il faut multiplier les valeurs ci-dessus par 10^{-6}

II - 6 L'ENERGIE MAGNETOSTRICTIVE

L'énergie élastique d'un cristal cubique s'écrit (éq. II-26) :

$$W_{él} = \frac{C_{11}}{2} (\varepsilon^2_{xx} + \varepsilon^2_{yy} + \varepsilon^2_{zz}) + C_{12} (\varepsilon_{xx} \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{yy} \varepsilon_{zz} + \varepsilon_{zz} \varepsilon_{xx})$$

$$+ \frac{C_{44}}{2} (\varepsilon^2_{xy} + \varepsilon^2_{yz} + \varepsilon^2_{zx})$$

La déformation due à la magnétostriction, observée dans une direction (β_1, β_2, β_3) est donnée par la relation suivante (eq. II-31) :

$$(\frac{\delta l}{l}) = \varepsilon_{xx} \beta_1^2 + \varepsilon_{yy} \beta_2^2 + \varepsilon_{zz} \beta_3^2 + 2 (\varepsilon_{xy} \beta_1 \beta_2 + \varepsilon_{yz} \beta_2 \beta_3 + \varepsilon_{zx} \beta_3 \beta_1)$$

qui s'écrit aussi (II-35)

$$(\frac{\delta l}{l}) = \frac{3}{2} \lambda_{100} (\alpha_1^2 \beta_1^2 + \alpha_2^2 \beta_2^2 + \alpha_3^2 \beta_3^2 - \frac{1}{3})$$

$$+ 3 \lambda_{111} (\alpha_1 \alpha_2 \beta_1 \beta_2 + \alpha_2 \alpha_3 \beta_2 \beta_3 + \alpha_3 \alpha_1 \beta_3 \beta_1)$$

où les α_i sont les cosinus directeurs de la direction de l'aimantation. On en obtient :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{3}{2} \lambda_{100} (\alpha_1^2 - \frac{1}{3})$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{3}{2} \lambda_{100} (\alpha_2^2 - \frac{1}{3})$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{3}{2} \lambda_{100} (\alpha_3^2 - \frac{1}{3}) \qquad \text{(II - 42)}$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{3}{2} \lambda_{111} \alpha_1 \alpha_2$$

$$\varepsilon_{yz} = \frac{3}{2} \lambda_{111} \alpha_2 \alpha_3$$

$$\varepsilon_{zx} = \frac{3}{2} \lambda_{111} \alpha_3 \alpha_1$$

Ces équations donnent les composantes du tenseur de déformation à l'équilibre magnétoélastique. Les termes supplémentaires, indépendants des cosinus directeurs, assurent une variation de volume nulle. Du fait des

facteurs 3/2, les déformations dans la direction de l'aimantation sont λ_{100} et λ_{111} dans les directions [100] et [111] respectivement. Les déformations dans les directions perpendiculaires à celles-là sont dès lors $-\frac{1}{2}\lambda_{100}$ et $-\frac{1}{2}\lambda_{111}$.

A l'équilibre on a, tous calculs faits pour l'énergie élastique :

$$(W_{él})_{éq} = \frac{9}{8}(C_{11} - C_{12})\lambda^2_{100}(\alpha_1^4 + \alpha_2^4 + \alpha_3^4 - \frac{1}{3}) + \frac{9}{8} C_{44} \lambda^2_{111}(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_3^2\alpha_1^2) \qquad (II\text{-}43)$$

et pour l'énergie magnétoélastique :

$$(W_{me})_{éq} = -2(W_{él})_{éq} \qquad (II\text{-}44)$$

d'où l'énergie totale, $W_T = -(W_{él})_{éq}$.

si l'aimantation est dirigée suivant [100] on a :

$$W_T = -\frac{3}{4}(C_{11} - C_{12})\lambda^2_{100} \qquad (II\text{-}45)$$

et suivante [111]

$$W_T = -\frac{3}{8} C_{44} \lambda^2_{111} \qquad (II\text{-}46)$$

L'énergie totale à l'équilibre est l'énergie d'anisotropie correspondant à la différence entre l'état de déformation constante ou nulle du cristal :

$$W_T = -\frac{3}{4}(C_{11} - C_{12})\lambda^2_{100} + \frac{9}{8}\left[2(C_{11} - C_{12})\lambda^2_{100} - C_{44}\lambda^2_{111}\right](\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_3^2\alpha_1^2) \qquad (II\text{-}47)$$

L'ordre de grandeur de cette contribution au terme K_1 est d'environ $C\lambda^2$; avec $C = 10^{12}$ dyne/cm^2 et $\lambda = 10^{-5}$ on trouve :

$C\lambda^2 = 10^2$ erg/cm^3,

valeur en général inférieure à celle de K_1.

II - 7 L'ENERGIE MAGNETIQUE

L'application d'un champ magnétique uniforme $\vec{H}$ sur un aimant de moment magnétique $\vec{m}$ engendre une énergie potentielle égale au produit scalaire $-(\vec{m}.\vec{H})$, soit donc à :

$$W_m = - m H \cos\theta \qquad \text{(II-48)}$$

où θ est l'angle entre les deux vecteurs. Cette énergie est minimum quand l'aimantation est dirigée dans le sens du champ (figure II-4).

Si aucun champ extérieur n'est appliqué, l'aimant reste cependant soumis à son champ propre appelé champ démagnétisant. Ce champ peut être assimilé au champ créé par des masses magnétiques fictives dont nous allons déterminer l'origine dans le paragraphe suivant.

Distribution de dipoles magnétiques

Le potentiel vecteur $\vec{A}$ d'un moment élémentaire $\vec{p}$ est donné par :

$$\vec{A} = - \vec{p} \wedge \overrightarrow{\text{grad}}\ (1/r) \qquad \text{(II-49)}$$

r est la distance du moment au point P où l'on calcule le potentiel. L'induction est reliée à $\vec{A}$ par l'expression $\vec{B}$ = rot $\vec{A}$. Soit l'identité vectorielle :

$$\text{rot}\ (\vec{A} \wedge \overrightarrow{\text{grad}}\ \Phi) = \vec{A}.\Delta\Phi \quad - \overrightarrow{\text{grad}}\ (\vec{A}.\ \overrightarrow{\text{grad}}\ \Phi) \qquad \text{(II-50)}$$

En vertu de cette identité on a :

$$- \text{rot}(\vec{p} \wedge \overrightarrow{\text{grad}}\ (1/r)\ ) = \overrightarrow{\text{grad}}.(\vec{p}.\overrightarrow{\text{grad}}(1/r)) \qquad \text{(II-51)}$$

Cette relation montre que l'on peut, sous certaines conditions, faire dépendre d'un potentiel scalaire V le champ magnétique d'un moment. Ce potentiel scalaire est donné par :

$$V = - \vec{p}.\overrightarrow{\text{grad}}(1/r) \qquad \text{(II-52)}$$

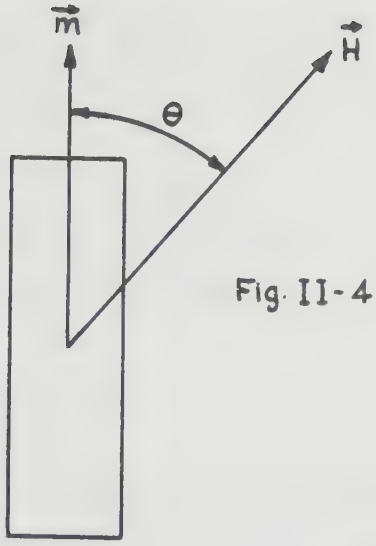


Fig. II-4. Application d'un champ magnétique $\vec{H}$ à un aimant de moment magnétique $\vec{m}$

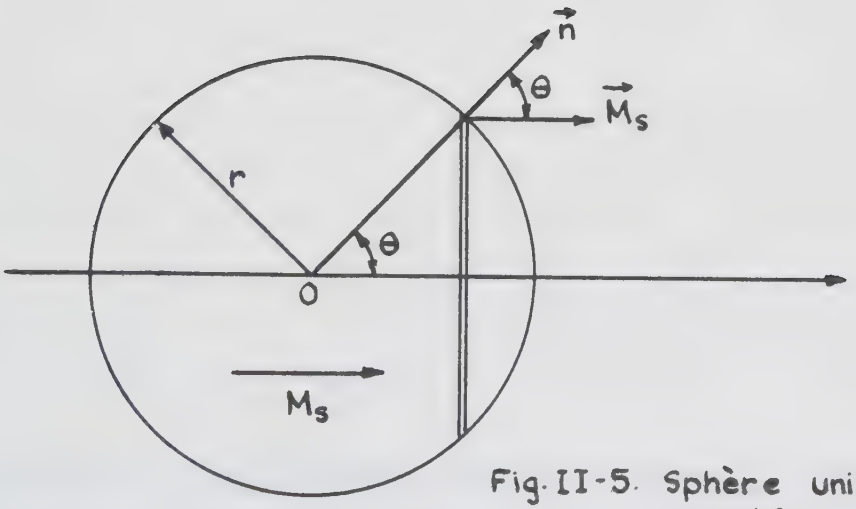


Fig. II-5. Sphère uniformément aimantée

Le gros intérêt du potentiel scalaire est qu'il ramène la plupart des problèmes qui se posent en magnétostatique à des problèmes d'éléctrostatique déjà résolus.

Nous désignerons par $\vec{M}$ le moment magnétique par unité de volume appelé intensité d'aimantation. Chaque élément de volume dv aura un moment magnétique $d\vec{p} = \vec{M}\, dv$. Le potentiel V dû à cette distribution est :

$$V = -\int_v \vec{M}.\overrightarrow{grad}(1/r)dv \qquad \text{(II-53)}$$

La distribution est limitée par une surface S. La formule ci-dessus représente le potentiel partout, aussi bien à l'intérieur qu'à l'extérieur de la distribution. Considérons l'identité :

$$div(\vec{M}/r) = \vec{M}.\overrightarrow{grad}(1/r) + \frac{1}{r}\, div\, \vec{M} \qquad \text{(II-54)}$$

Elle nous permet d'écrire (II-53) sous la forme :

$$V = \int_v [div(\frac{\vec{M}}{r}) - \frac{1}{r}\, div\, \vec{M}]\quad dv \qquad \text{(II-55)}$$

et en vertu de :

$$\int_v div\, (\frac{\vec{M}}{r})\, dv = \int_s \vec{n}.\vec{M}\ ds \qquad \text{(II-56)}$$

(II-55) devient :

$$V = \int_s (\vec{n}.\vec{M})\ \frac{ds}{r} \quad - \int_v (div\, \vec{M})\, \frac{dv}{r} \qquad \text{(II-57)}$$

On pose :

$$\sigma = \vec{n}.\vec{M} \quad \text{et} \quad \rho = -\, div\, \vec{M}$$

Le potentiel s'écrit alors :

$$V = \int_v \frac{\rho}{r}\ dv + \int_s \frac{\sigma}{r}\ ds \qquad \text{(II-58)}$$

Nous voyons que les sources du champ magnétique sont des masses

magnétiques fictives distribuées dans le volume et sur la surface. Ce potentiel diffère du potentiel d'un courant linéaire fermé qui est celui d'une couche double. Il s'agit ici du potentiel d'une distribution de charges simples.

Il obéit donc à l'équation :

$$\Delta V = - \rho = \text{div } \vec{M}$$

avec les conditions aux limites sur la surface :

$$V'_S - V''_S = 0 \; ; \; \left(\frac{\partial V'}{\partial n} - \frac{\partial V''}{\partial n}\right) = - 4 \pi \sigma \qquad \text{(II-59)}$$

V'_S est le potentiel sur la surface à l'extérieur, V''_S celui à l'intérieur.
Le champ est égal à :

$$\vec{H} = - \overrightarrow{\text{grad}} \; V$$

et obéit donc aux équations :

$$\text{rot } \vec{H} = 0 \; ; \; \text{div } \vec{H} = \rho = - \text{div } \vec{M} \qquad \text{(II-60)}$$

Comme nous avons une densité superficielle σ il en résulte une discontinuité pour les composantes normales du champ ; d'une manière plus précise nous avons les conditions aux limites :

$$\vec{n} \wedge (\vec{H}' - \vec{H}'') = 0 \qquad \text{(II-61)}$$

$$\vec{n}. (\vec{H}' - \vec{H}'') = 4\pi\sigma = 4\pi \; \vec{n}.\vec{M}$$

$\vec{H}'$ désigne le champ à l'extérieur et $\vec{H}''$ le champ à l'intérieur, tous deux au voisinage immédiat de la surface. Dans le cas où $M = C^{te}$ on a div M = 0 et la distribution des masses magnétiques fictives est purement superficielle.

Sphère uniformèment aimantée (figure II-5)

La densité des masses superficielles magnétiques de la cavité vaut :

$$\sigma = M_s \cos \theta$$

et la masse magnétique portée par la couronne :

$$\sigma_p = 2\,\pi r^2 \sin\theta\, d\theta\, M_s \cos\theta$$

Le champ dû à cette distribution vaut donc :

$$\vec{H}_{Dz} = \int_0^{\pi} (r^{-2})(2\,\pi r^2 \sin\theta d\theta)(M_s \cos\theta)\cos\theta$$

$$= -\frac{4\,\pi}{3}\,\vec{M}_s \qquad \text{(II-62)}$$

Les charges magnétiques, et par suite le champ, sont proportionnelles à l'aimantation spécifique M_s. Nous pouvons écrire :

$$\vec{H}_d = -N\vec{M}_s \qquad \text{(II-63)}$$

Le facteur N appelé facteur de désaimantation est dans le cas général un opérateur tensoriel sans dimensions.

L'énergie magnétique dans un aimant quelconque soumis à son champ de désaimantation, a pour expression :

$$W_m = -\frac{1}{2}\int_V \vec{M}_s.\vec{H}_d\, dv \qquad \text{(II-64)}$$

Le facteur I/2 provient du fait que le moment agit à la fois comme source de champ et comme moment soumis à ce champ.

$$W_m = \frac{1}{2}\,\vec{M}_s\left[\int_V [N]\, dv\right].\,\vec{M}_s$$

Le problème se simplifie dans le cas où le champ démagnétisant est uniforme et dans le cas où l'aimantation est dirigée suivant un axe principal de l'aimant. La sphère réalise cette double condition.

Annexe 1. Rappels de la Théorie de l'Elasticité

Nous pensons utile de rappeler quelques résultats de la théorie de l'élasticité dont nous aurons besoin pour l'étude de la magnétostriction.

Soit une transformation affine :

$$\begin{aligned} x' &= (1 + a_{11})x + a_{12}y + a_{13}z + a \\ y' &= a_{21}x + (1 + a_{22})y + a_{23}z + b \\ z' &= a_{31}x + a_{32}y + (1 + a_{33})z + c \end{aligned} \qquad \text{(A1)}$$

où les a_{ij}, a, b, c sont des constantes.

Soit maintenant un vecteur $\vec{P}$ (u,v,w) qui subit une telle transformation, ce vecteur se transformant en $\vec{P}'$(u',v',w'). D'après la fig. A1 :

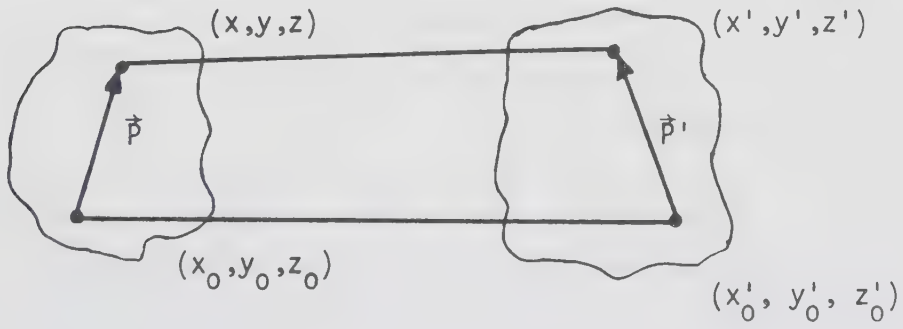


figure A1

$$\vec{P} : u = x - x_o \quad v = y - y_o \quad w = z - z_o$$
$$\vec{P}' : u' = x' - x'_o \quad v' = y' - y'_o \quad w' = z' - z'_o \qquad (A2)$$

(A2) devient avec (A1) :

$$\begin{aligned} u' &= (1 + a_{11})\, u + a_{12} v + a_{13} w \\ v' &= a_{21} u + (1 + a_{22})\, v + a_{23} w \\ w' &= a_{31} u + a_{32} v + (1 + a_{33})\, w \end{aligned} \qquad (A3)$$

Nous supposerons en plus que les quantités a_{ij} sont petites de telle manière à ce que leurs carrés et leurs produits puissent être négligés. Les différentielles deviennent :

$$\begin{aligned} \delta u &= u' - u = a_{11} u + a_{12} v + a_{13} w \\ \delta v &= v' - v = a_{21} u + a_{22} v + a_{23} w \\ \delta w &= w' - w = a_{31} u + a_{32} v + a_{33} w \end{aligned} \qquad (A4)$$

(i) Déplacement Rigide

Quelles sont les conditions imposées sur les facteurs a_{ij} pour que (A4) n'implique pas de déformation, mais seulement un déplacement rigide (c'est-à-dire une translation ou une rotation)? La condition nécessaire et suffisante est que le module de $\vec{P}$ reste inchangé après la transformation. Dans ce cas :

$$\vec{P}' = \vec{P} + d\vec{P}, \qquad |P'|^2 = \vec{P}'.\vec{P}' = |P|^2 + 2\vec{P}.d\vec{P} + |d\vec{P}|^2 ;$$

La variation de longueur de $\vec{P}$ est donc caractérisée par :

$$\delta|P|^2 = |\vec{P}'|^2 - |\vec{P}|^2 = 2\vec{P}.d\vec{P} + |d\vec{P}|^2 \qquad (A5)$$

Si la déformation est infinitésimale, le terme quadratique est négligeable.

Pour $\delta|P|^2 = 0$, (A5) implique :

$$\vec{P}.d\vec{P} = 0 = u\,\delta u + v\,\delta v + w\,\delta w \qquad (A6)$$

$$= a_{11}u^2 + a_{22}v^2 + a_{33}w^2 + (a_{23} + a_{32})\,vw + (a_{31} + a_{13})\,wu + (a_{12} + a_{21})\,uv,$$

Ceci équivaut à la condition d'antisymétrie du tenseur $[a_{ij}]$:

$$a_{ij} = - a_{ji}$$

(A4) peut maintenant s'écrire :

$$\delta u = qw - rv \quad ; \quad \delta v = ru - pw \quad ; \quad \delta w = pv - qu \qquad (A7)$$

où nous avons désigné les composantes de la partie antisymétrique a_{ij} par :

$$p = \frac{a_{32} - a_{23}}{2} \quad ; \quad q = \frac{a_{13} - a_{31}}{2} \quad ; \quad r = \frac{a_{21} - a_{12}}{2} \qquad (A8)$$

(ii) Déformation Pure

Nous voyons d'après (A6) que le changement de longueur du vecteur $\vec{P}$ est caractérisé par les quantités a_{11}, a_{22}, a_{33}, $(a_{23} + a_{32})$, $(a_{31} + a_{13})$ et $(a_{12} + a_{21})$. Introduisons :

$$a_{11} = \varepsilon_{xx} \quad ; \quad a_{22} = \varepsilon_{yy} \quad ; \quad a_{33} = \varepsilon_{zz} \qquad (A9)$$

$$\frac{a_{32} + a_{23}}{2} = \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy}; \quad \frac{a_{13} + a_{31}}{2} = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx}; \quad \frac{a_{12} + a_{21}}{2} = \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx}$$

Il est à remarquer que dans la notation de Love, les facteurs 2 n'apparaissent pas dans les termes de ε_{ij} $(i \neq j)$.

Les six facteurs de (A9) caractérisent la déformation, et les équations (A8) et (A9) nous conduisent à :

$$a_{32} = \varepsilon_{yz} + p \qquad a_{13} = \varepsilon_{xz} + q \qquad a_{21} = \varepsilon_{xy} + r \qquad (A10)$$

$$a_{23} = \varepsilon_{yz} - p \qquad a_{31} = \varepsilon_{xz} - q \qquad a_{12} = \varepsilon_{xy} - r$$

L'équation générale (A4) s'écrit maintenant :

$$\begin{aligned} \delta u &= \varepsilon_{xx} u + \varepsilon_{xy} v + \varepsilon_{xz} w + qw - rv \\ \delta v &= \varepsilon_{yx} u + \varepsilon_{yy} v + \varepsilon_{yz} w + ru - pw \qquad (A11) \\ \delta w &= \varepsilon_{zx} u + \varepsilon_{zy} v + \varepsilon_{zz} w + pv - qu \end{aligned}$$

Les premiers trois termes représentent la déformation, les deux derniers termes le déplacement rigide. Il est caractéristique de (A11) que le tenseur de déformation est symétrique :

$$\begin{vmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{vmatrix}$$

Pour une déformation pure, $p = q = r = 0$.

(iii) Allongements et Glissements

Afin de préciser la signification des grandeurs ε_{ij}, déterminons l'allongement relatif d'un vecteur $\vec{P}(u,0,0)$, qui avant déformation est parallèle à l'axe Ox. L'équation (A6) avec la notation (A10) nous donne :

$$PdP = \varepsilon_{xx} u^2 = \varepsilon_{xx} P^2 \qquad \text{et donc : } \varepsilon_{xx} = \frac{dP}{P}$$

ε_{xx} représente donc l'allongement relatif du vecteur ou de la composante du vecteur parallèle à Ox. Les composantes ε_{yy} et ε_{zz} ont une signification analogue.

Considérons maintenant deux vecteurs $\vec{P}_1(0,v_1,0)$ et $\vec{P}_2(0,0,w_1)$. Soit $(\frac{\pi}{2} - \alpha_{yz})$ l'angle entre ces vecteurs après déformation. Il nous faut trouver l'angle, après déformation, entre $P'_1(\delta u_1, v_1 + \delta v_1, \delta w_1)$ et $P'_2(\delta u_2, \delta v_2, w_2 + \delta w_2)$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_{yz}\right) = \frac{\vec{P}'_1 \cdot \vec{P}'_2}{|P'_1||P'_2|}$$

$$= \frac{\delta u_1 \, \delta u_2 + (v_1 + \delta v_1)\,\delta v_2 + (w_2 + \delta w_2)\,\delta w_1}{\sqrt{\delta u_1^2 + (v_1 + \delta v_1)^2 + \delta w_1^2}\,.\sqrt{\delta u_2^2 + \delta v_2^2 + (w_2 + \delta w_2)^2}} \qquad \text{(A12)}$$

En ne retenant les termes que du premier ordre, et pour α_{yz} petit :

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_{yz}\right) \simeq \alpha_{yz} = \frac{v_1 \, \delta v_2 + w_2 \delta w_1}{v_1 w_2} = \frac{\delta v_2}{w_2} + \frac{\delta w_1}{v_1} \qquad \text{(A13)}$$

Appliquons (A11) aux deux vecteurs originaux $P_1(0,v_1,0)$, $P_2(0,0,w_2)$:

$$\vec{P}_1 : \delta w_1 = \varepsilon_{zy} v_1 + p v_1 \qquad \text{(A14)}$$

$$\vec{P}_2 : \delta v_2 = \varepsilon_{yz} w_2 - p w_2$$

En introduisant les équations (A14) en (A13) :

$$\alpha_{yz} = \frac{\varepsilon_{yz} w_2 - p w_2}{w_2} + \frac{\varepsilon_{zy} v_1 + p v_1}{v_1} \qquad \text{(A15)}$$

$$= \varepsilon_{yz} + \varepsilon_{zy} = 2\varepsilon_{yz}$$

En résumé, les composantes diagonales ε_{ii} sont égales aux allongements relatifs selon les directions parallèles aux axes. Les composantes non-diagonales ε_{ij} sont égales aux moitiés des modifications des angles droits formés par les axes initiaux. Ces composantes sont appelées déformations angulaires, cisaillements, ou glissements.

(iv) Loi de Hooke

Si à des déformations nulles correspondent des tensions nulles, on tire de la loi de Hooke généralisée :

$$\sigma_{ij} = \sum_{kl} C_{ij,kl} \, \varepsilon_{kl} \qquad \text{(A16)}$$

σ_{ij} étant la contrainte, et les $C_{ij,kl}$ les coefficients de rigidité. On utilise souvent, au lieu des coefficients de rigidité, les coefficients d'élasticité $S_{ij,kl}$ qui définissent les déformations en fonction des contraintes:

$$\varepsilon_{ij} = \sum_{kl} S_{ij,kl} \, \sigma_{kl} \qquad \text{(A17)}$$

D'après leurs définitions, les coefficients S et C admettent les symétries suivantes :

$$C_{ij,kl} = C_{ji,kl} = C_{kl,ij} \qquad \text{(A18)}$$

$$S_{ij,kl} = S_{ji,kl} = S_{kl,ij}$$

On n'utilise généralement pas ces notations tensorielles, mais les notations de Cauchy, qui consistent à remplacer les deux indices ij par un seul indice x, suivant la règle indiquée ci-dessous :

ij	11	22	33	23	31	12
x	1	2	3	4	5	6

Les coefficients de rigidité s'écrivent ainsi C_{ab} et sont symétriques en a,b. Ils sont naturellement soumis aux symétries du cristal; dans le cas d'un cristal cubique, les coefficients non nuls sont :

$$C_{11} = C_{22} = C_{33} \; ; \; C_{12} = C_{23} = C_{31} \; ; \; C_{44} = C_{55} = C_{66}$$

(v) l'Energie Elastique

La thermodynamique nous indique que l'énergie élastique d'un solide déformé, en admettant la loi de Hooke peut s'exprimer des deux façons suivantes :

$$F_{él} = \frac{1}{2} \sum_{ij,kl} \varepsilon_{ij}\, \varepsilon_{lk}$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{ij,kl} S_{ij,kl}\, \sigma_{ij}\, \sigma_{kl}$$

Avec les notations de Cauchy, cette énergie pour un cristal cubique s'écrit :

$$F_{él} = \frac{1}{2} [C_{11}\varepsilon^2_{11} + C_{12}\,\varepsilon_{11}\,\varepsilon_{22} + C_{13}\,\varepsilon_{11}\,\varepsilon_{33} + C_{21}\,\varepsilon_{22}\,\varepsilon_{11} + C_{22}\,\varepsilon^2_{22} + C_{23}\varepsilon_{22}\varepsilon_{33} + C_{31}\varepsilon_{33}\varepsilon_{11} + C_{32}\,\varepsilon_{33}\,\varepsilon_{22} + C_{33}\varepsilon^2_{33} + C_{44}\,\varepsilon^2_{23} + C_{55}\,\varepsilon^2_{31} + C_{66}\varepsilon^2_{12}]$$

$$= \frac{1}{2} C_{11}\,(\varepsilon^2_{11} + \varepsilon^2_{22} + \varepsilon^2_{33}) + C_{12}\,(\varepsilon_{11}\varepsilon_{22} + \varepsilon_{22}\varepsilon_{33} + \varepsilon_{33}\,\varepsilon_{11}) + \frac{1}{2}\, C_{44}\,(\varepsilon^2_{12} + \varepsilon^2_{23} + \varepsilon^2_{31})$$

(A19)

CHAPITRE III - LES DOMAINES DE WEISS

III - 1 LA PAROI DE BLOCH

Le changement de la direction des spins à la frontière de deux domaines de Weiss voisins n'est pas un changement brusque qui nécessiterait une énergie d'échange exagérée. Au contraire, la direction des spins change progressivement comme l'indique la figure II-1 et la composante normale de l'aimantation doit être continue à l'intérieur de la paroi de façon à diminuer l'énergie de désaimantation.

La structure de cette paroi de Bloch est déterminée par les énergies d'anisotropie magnétocristalline et d'échange. Nous allons considérer une paroi séparant deux domaines dont les aimantations à saturation $\vec{M}_1$ et $\vec{M}_2$ font un angle ϕ avec la normale à la paroi (fig. II-2) que nous appelon Ox. Nous avons déjà vu dans le cas d'un cristal cubique, que l'énergie d'échange par unité de volume s'écrit (eq. II-11) : $W_{éch} = A(d\,\theta/dx)^2$. L'énergie d'anisotropie magnétocristalline contenue dans un même volume n'est fonction que de la direction de l'aimantation par rapport aux axes cristallins. En ne considérant qu'une constante d'anisotropie K, cette énergie s'écrit $W_{an} = Kf(\theta)$. La fonction $f(\theta)$ peut être déduite de l'expression générale de l'anisotropie. Nous choisirons la constante figurant dans $f(\theta)$ de telle sorte que l'énergie magnétocristalline soit nulle lorsque l'aimantation est parallèle à une direction de facile aimantation : $f(\theta_1) = f(\theta_2) = 0$. La forme analytique de $f(\theta)$ dépend évidemment de l'orientation de la paroi par rapport aux axes cristallins. L'énergie par unité de surface est :

$$\gamma = \int_{-\infty}^{+\infty} [Kf(\theta) + A\,(\frac{d\theta}{dx})^2]\,dx \qquad \text{(III-1)}$$

La relation entre θ et x qui rend γ minimum peut être obtenue en utilisant une méthode de variations. γ est minimum quand la variation $\delta\gamma$ due à une variation $\delta\theta$ est identiquement nulle. La variation $\delta\theta$ étant elle-même nulle à chaque limite d'intégration. Pour une telle variation $\delta\theta$ la variation $\delta\gamma$ s'écrit :

$$\delta\gamma = \int_{-\infty}^{+\infty} [K\,\frac{df}{d\theta}\,\delta\theta + 2A\,(\frac{d\theta}{dx})(\frac{d\,\delta\theta}{dx})]\,dx \qquad \text{(III-2)}$$

On traite le deuxième terme par une intégration par parties :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} 2A \left(\frac{d\theta}{dx}\right)\left(\frac{d\delta\theta}{dx}\right) dx = \left[2A \frac{d\theta}{dx} \delta\theta \right]_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} 2A \left(\frac{d^2\theta}{dx^2}\right) \delta\theta \, dx$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} 2A \left(\frac{d^2\theta}{dx^2}\right)\delta\theta \, dx \qquad \text{(III-3)}$$

où le premier terme est égal à zéro en tenant compte de ce que la variation $\delta\theta$ est nulle lorsque x est infiniment grand. Il faut maintenant que :

$$\delta\gamma = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[K \frac{df}{d\theta} - 2A \frac{d^2\theta}{dx^2}\right]\delta\theta \, dx = 0 \qquad \text{(III-4)}$$

Pour que cette expression soit nulle quelle que soit la valeur de $\delta\theta(x)$, il faut que :

$$K \frac{df}{d\theta} - 2A \frac{d^2\theta}{dx^2} = 0$$

Ce calcul est un problème de variation dont la solution est donnée par l'équation d'Euler-Lagrange. Après multiplication par $d\theta/dx$, et intégration de $x = -\infty$ à $x = +x$,

$$\int_{-\infty}^{x} K \frac{df}{d\theta} \frac{d\theta}{dx} dx - 2A \int_{-\infty}^{x} \frac{d^2\theta}{dx^2} \frac{d\theta}{dx} dx = K f(\theta) - A \left(\frac{d\theta}{dx}\right)^2 \qquad \text{(III-5)}$$

en remarquant que $d\theta/dx$ et $f(\theta)$ sont nuls à l'infini. D'après cette équation on déduit la variation de θ avec x :

$$dx = \sqrt{A} \frac{d\theta}{\sqrt{Kf(\theta)}} = \sqrt{\frac{A}{K}} \frac{d\theta}{\sqrt{f(\theta)}} \qquad \text{(III-6)}$$

d'où l'épaisseur de la paroi :

$$x = \sqrt{\frac{A}{K}} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{d\theta}{\sqrt{f(\theta)}} \qquad \text{(III-7)}$$

L'équation (III-5) nous indique qu'en tout point de la paroi la densité d'énergie d'anisotropie $Kf(\theta)$ est égale à la densité de l'énergie d'échange $A(d\theta/dx)^2$: ceci implique que pour les directions de forte énergie d'anisotropie, les spins voisins font un angle entre eux plus important que dans

les directions de faible énergie d'anistropie.

L'énergie par unité de surface s'écrit alors, d'après (III-1) (III-5) et (III-6) :

$$\gamma = 2K \int_{x_1}^{x_2} f(\theta)\, dx$$

$$= 2\sqrt{KA} \int_{\theta_1}^{\theta_2} f(\theta)\, d\theta \qquad \text{(III-8)}$$

III - 2 PAROIS A 71° ET A 109°

Considérons deux domaines aimantés suivant deux axes ternaires, tel en est le cas pour les ferrites de MnZn. Suivant les directions de facile aimantation nous aurons affaire à des parois à 71° ou à 109°. Si l'aimantation $\vec{M}_1$ a la direction [111] et $\vec{M}_2$ $[\bar{1}\bar{1}1]$ on a des parois à 71°, et si les directions respectives sont [111| et$[11\bar{1}]$, on a des parois à 109° (figure III-1)

Toute droite du plan bissecteur des deux directions d'aimantation peut être considérée comme une normale possible à une paroi de Bloch. La direction la plus probable sera celle à laquelle correspond l'énergie superficielle la plus petite.

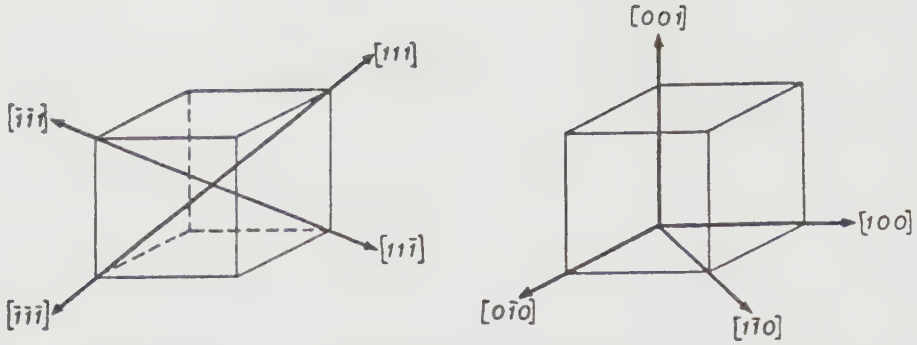
Les définitions des axes et des plans sont les suivantes (fig. III-2) il y a trois plans : i) le plan $P\pi$, le plan de la paroi ;

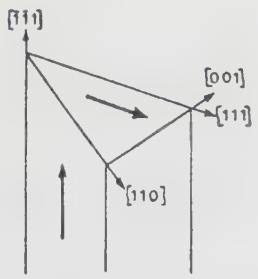
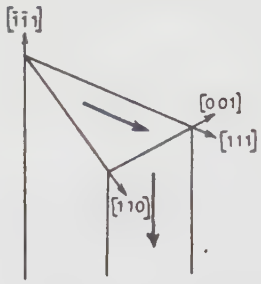
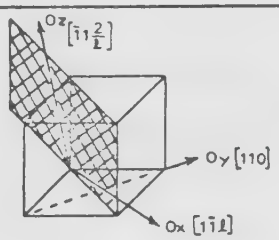
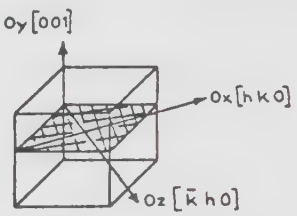
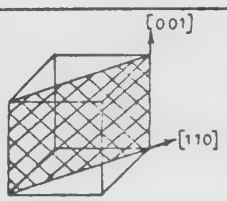
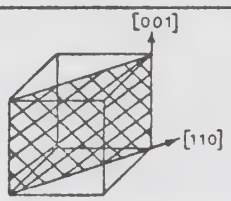
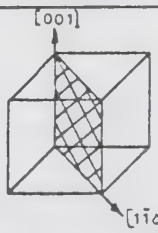
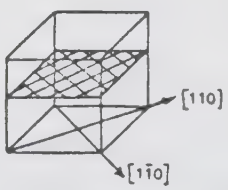
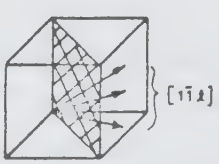
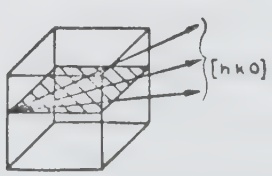
ii) le plan P_M, celui des deux directions de facile aimantation

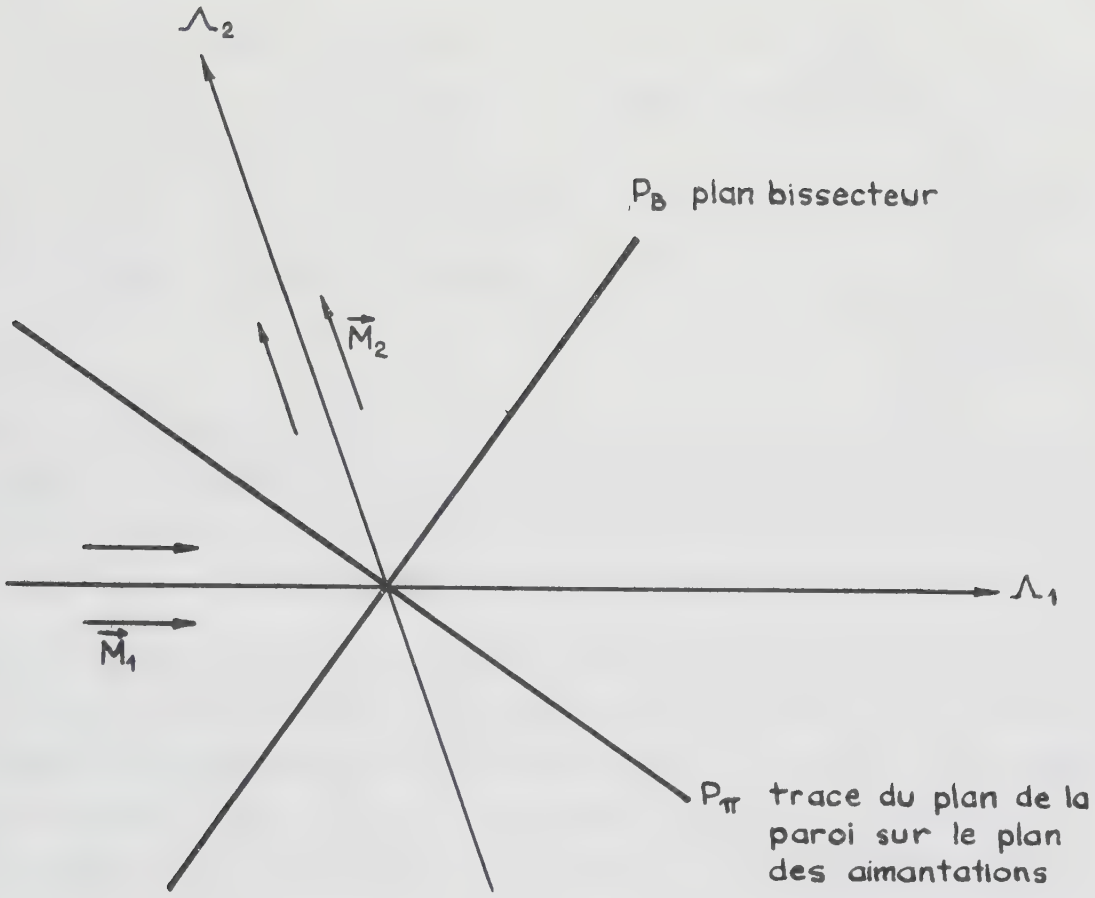
iii) le plan bissecteur des aimantations P_B, contenant la normale à la paroi.

Il est à remarquer que le plan de la paroi et le plan des aimantations sont, tous les deux, orthogonaux au plan bissecteur des aimantations. Ces deux plans $P\pi$ et P_M se coupent suivant la "charnière" Oy. La normale à la paroi est l'axe Ox; Oz est défini comme la troisième coordonnée orthonormale. Les axes Ox et Oz se situent dans le plan bissecteur P_B ; l'axe Oy dans le plan $P\pi$.

Fig III-1



	Paroi à 71°	Paroi à 109°
DEFINITION DES DIRECTIONS DE L'AIMANTATION		
DEFINITION DES AXES		
PLAN DEFINI PAR $\vec{M}_1$ ET $\vec{M}_2$ - P_M		
PLAN DE LA NORMALE A LA PAROI - P_B		
DIRECTIONS GENERALES DE LA NORMALE A LA PAROI (Ox)		



$\Lambda_1, \Lambda_2 \equiv$ directions de facile aimantation

$P_M \equiv$ plan de l'aimantation

$P_\pi \perp P_B$ $\qquad$ $P_M \perp P_B$

Fig. III-2 Schéma des trois plans P_π, P_M, P_B

Définir Ox, Oy, Oz c'est définir $\cos\phi$ et ϕ et $\cos\theta_{12}$et θ_{12} (fig.II-1). ϕ est l'angle entre la normale à la paroi Ox et l'aimantation M. θ_{12}est l'angle entre les projections de $\vec{M}_1$ et $\vec{M}_2$ sur le plan de la paroi.

Nous allons considérer les deux possibilités sous leur aspect le plus général et en dégager les cas particuliers pour lesquelles cette normale est parallèle à un axe cristallographique important : axe binaire A_2, axe ternaire A_3, axe quaternaire A_4. Pour la paroi à 71°, la normale peut être parallèle à A_2, A_3, ou A_4 ; pour la paroi à 109° on n'a que A_2 et A_4. Dans chaque cas on va déterminer l'énergie d'anisotropie magnétocristalline.

Comme nous l'avons déjà indiqué (voir chapitre II), l'énergie d'anisotropie magnétocristalline peut être représentée par un développement en série de puissances croissantes des cosinus directeurs $(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$ de l'aimantation rapportées aux axes quaternaires.

La méthode que nous utiliserons dans cette analyse consiste à définir trois axes convenables orthogonaux Ox, Oy, Oz sur lesquels on projette l'aimantation $\vec{M}$. La projection des composantes dans ces trois directions (Ox,Oy,Oz) s'effectue ensuite sur les trois axes quaternaires (directions [001], [010] ,[100]) : on obtient ainsi les valeurs de α_1, α_2, α_3. (fig III-1)

Pour ces parois nous avons indiqués les résultats de ces calculs dans le Tableau III-1. La normale à la paroi se trouve dans le plan bissecteur des deux directions de facile aimantation ; ce plan définit la direction générale de la normale à la paroi. La direction de la "charnière" autour de laquelle pivote la paroi est dans le plan P_M des deux directions de facile aimantation, et elle est normale au plan P_B, le plan bissecteur. ϕ et θ_{12} sont définis comme ci-dessus, et ce dernier est calculé d'après :

$$\cos(\vec{M}_1.\vec{M}_2) = \cos^2\phi + \sin^2\phi \cos\theta_{12} \qquad \text{(III-9)}$$

(voir équation II-2). θest l'angle que fait la projection de l'aimantation sur la paroi, avec Oz.

Tableau III - 1 Parois à 71° et à 109°

	Paroi à 71°	Paroi à 109°
directions de $\vec{M}_1$, $\vec{M}_2$	$[111]$; $[\bar{1}\bar{1}1]$	$[111]$; $[11\bar{1}]$
plan de la normale à la paroi	(110)	(001)
direction générale de la normale à la paroi : Ox	$[1\bar{1}\ 1]$	$[h\ k\ 0]$
direction de la "charnière" de la paroi : Oy	$[110]$	$[001]$
direction orthogonale à Ox et Oy : Oz	$[\bar{1}1\ \frac{2}{1}]$	$[\bar{k}\ h\ 0]$
$\cos\phi$: $\frac{(\vec{M}_1 \cdot \vec{O}_x)}{([\vec{M}_1][\vec{O}_x])}$	$\frac{1}{\sqrt{3(2 + 1^2)}}$	$\frac{h + k}{\sqrt{3(h^2 + k^2)}}$
$\sin\phi$	$\sqrt{\frac{2\ (3 + 1^2)}{3(2 + 1^2)}}$	$\sqrt{\frac{2(h^2 + k^2 - hk)}{3\ (h^2 + k^2)}}$
$\cos\theta_{12}$	$-\frac{1 + 1^2}{3 + 1^2}$	$\frac{-\ 2\ hk}{2(h^2 + k^2 - hk)}$
Energie d'anisotropie pour des cas spéciaux :	normale : axe binaire $[1\bar{1}0]$ $1 = 0$, $\cos\phi = 0$ $W_{an} = K_1 \sin^2\theta[1 - \frac{3}{4}\sin^2\theta]$ normale : axe quaternaire $[001]$ $1 = \infty$, $\cos\phi = 1/\sqrt{3}$ $W_{an} = K_1 [\frac{1}{3} - \frac{4}{9}\sin^2\theta(1-\sin^2\theta)]$ normale : axe ternaire $[1\bar{1}1]$ $1 = 1$ $\cos\phi = 1/3$ $W_{an} = K_1[\frac{147}{729} + \frac{32}{81}\cos\theta(1-\frac{4}{3}\cos^2\theta)]$	normale : axe binaire $[110]$ $h = k = 1$, $\cos\phi = \sqrt{\frac{2}{3}}$ $W_{an} = K[\frac{1}{36} + \frac{7}{18}\sin^2\theta(1 - \frac{3}{14}\sin^2\theta)]$ normale : axe quaternaire $[100]$ $h = 1$, $k = 0$ $\cos\phi = 1/\sqrt{3}$ $W_{an} = K[\frac{2}{9} + \frac{4}{9}\sin^2\theta(1 - \sin^2\theta)]$

Parois à 71° et à 109°

Paroi à 71°

$$\begin{bmatrix}\alpha_1\\ \alpha_2\\ \alpha_3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2+l^2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-l}{\sqrt{2(2+l^2)}} \\ \frac{-l}{\sqrt{2+l^2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{l}{\sqrt{2(2+l^2)}} \\ \frac{l}{\sqrt{2+l^2}} & 0 & \sqrt{\frac{2}{2+l^2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix}\cos\phi\\ \sin\phi\ \sin\theta\\ \sin\phi\ \cos\theta\end{bmatrix}$$

Paroi à 109°

$$\begin{bmatrix}\alpha_1\\ \alpha_2\\ \alpha_3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{h}{\sqrt{h^2+k^2}} & 0 & \frac{-k}{\sqrt{h^2+k^2}} \\ \frac{K}{\sqrt{h^2+k^2}} & 0 & \frac{h}{\sqrt{h^2+k^2}} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix}\cos\phi\\ \sin\phi\ \sin\theta\\ \sin\phi\ \cos\theta\end{bmatrix}$$

Energie d'anisotropie magnétocristalline - expression générale

Paroi à 71°

$$W_{an} = \frac{K\,l^2}{9(2+l^2)^4}\left[2l^4 + l^2 + 2\,(3+l^2)(l^4 - 5\,l^2 + 4)\cos^2\theta + 4\,l^2\sqrt{3+l^2}\,(1-l^2)\cos\theta\right.$$
$$\left. +(3+l^2)^2(l^2+8)\cos^4\theta + 4\,(3+l^2)^{3/2}\,(l^2-4)\cos^3\theta\right]$$
$$+\frac{K\,l^2}{9(2+l^2)^3}\left[\,2(3+l^2)(l^2-1)\sin^2\theta + 2\,l^{-2}\,(3+l^2)^2(4-l^2)\sin^2\theta\cos^2\theta + 12(3+l^2)^{3/2}\sin^2\theta\cos\theta\right]$$
$$+\frac{K(3+l^2)^2}{9(2+l^2)^2}\sin^4\theta$$

Paroi à 109°

$$W_{an} = \frac{K}{(h^2+k^2)^2}\,[h^2k^2\cos^4\phi + h^2k^2\sin^4\phi\cos^4\theta + (h^4+k^4-4h^2k^2)\sin^2\phi\cos^2\phi\cos^2\theta$$

$$+ 2hk(h^2-k^2)\sin\phi\cos^3\phi\cos\theta + 2hk(h^2-k^2)\sin^3\phi\cos\phi\cos^3\theta]$$

$$+ K\,[\sin^2\phi\cos^2\phi\sin^2\theta + \sin^4\phi\sin^2\theta\cos^2\theta]$$

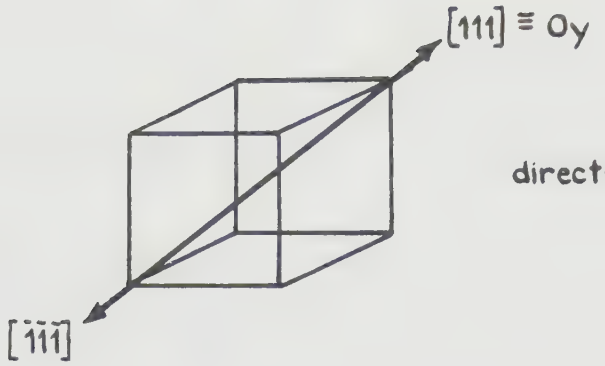
III - 3 PAROIS A 180°

Pour la paroi à 180°, les directions de facile aimantation sont [111]et $[\bar{1}\bar{1}\bar{1}]$. Dans ce cas l'aimantation doit rester perpendiculaire à la normale $\vec{n}$ à la paroi ; de toute façon, la paroi doit passer par l'axe portant ces deux directions. Nous choisissons donc, comme Oy, la direction [111] .

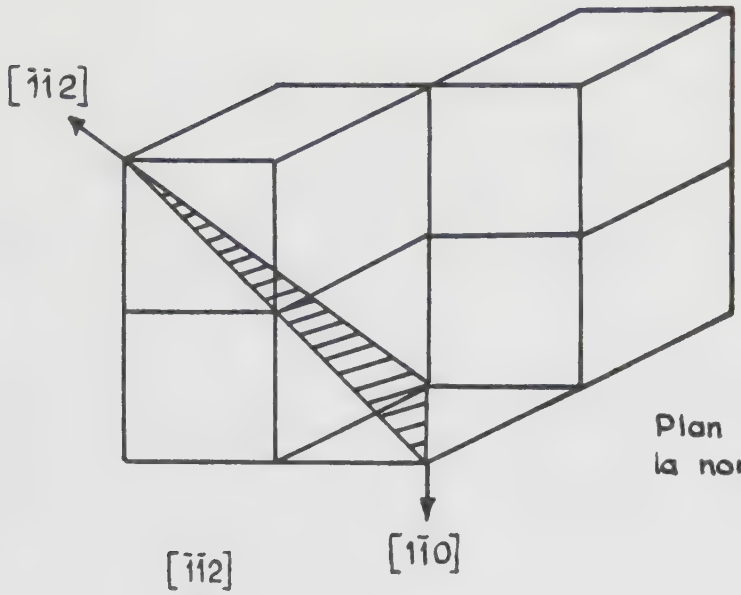
La normale à la paroi sera une droite perpendiculaire à [111] , et elle sera dans un plan qui contient $[1\bar{1}0]$ et la direction correspondant au produit vectoriel de ces deux directions, c'est-à-dire $[\bar{1}\bar{1}2]$. Dans ce plan, Ox fait l'angle χ avec $[1\bar{1}0]$ (fig. III-3). Oz est défini par conséquence. L'aimantation va tourner dans le plan défini par Oy et Oz.

Les résultats des calculs sont indiqués dans le Tableau III-2.

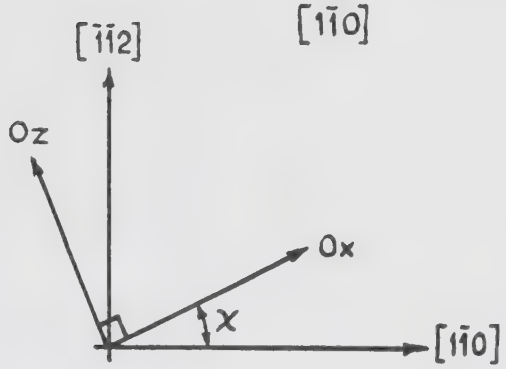
Fig.III - 3 Paroi à 180°



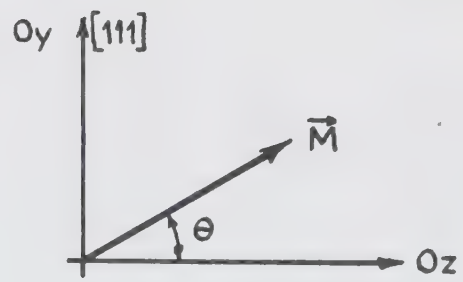
directions de facile aimantation



Plan dans lequel tourne
la normale à la paroi



Plan dans lequel tourne
la normale à la paroi



Plan dans lequel tourne
la projection de l'aimantation

Tableau III-2 Paroi à 180°

directions de $\vec{M}_1$ et $\vec{M}_2$	$[111]$	et	$[\bar{1}\bar{1}\bar{1}]$
direction Oy	$[111]$		

Projection de $\vec{M}$ (voir la figure III-3) :

(i) sur Oy : $\sin\theta$
(ii) sur $[\bar{1}\bar{1}2]$: $\cos\theta \cos\chi$
(iii) sur $[1\bar{1}0]$: $-\cos\theta \sin\chi$

d'où :
$$\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & -\sqrt{\frac{2}{3}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin\theta \\ \cos\theta\cos\chi \\ -\cos\theta\sin\chi \end{bmatrix}$$

expression générale de l'énergie d'anisotropie magnétocristalline :

$$W_{an} = K \left[\frac{1}{3}\sin^4\theta + \frac{1}{4}\sin^4\theta\cos^4\theta + \frac{1}{4}\cos^4\theta\sin^4\chi \right.$$
$$+ \frac{1}{2}\cos^4\theta\cos^2\chi\sin^2\chi - \frac{\sqrt{2}}{3}\cos^2\theta\sin\theta\cos^3\chi$$
$$\left. + \sqrt{2}\cos^3\theta\sin\theta\sin^2\chi\cos\chi\right]$$

III - 4 DECOMPOSITION EN DOMAINES DE WEISS

La division des matériaux ferromagnétiques en domaines répond à la nécessité de diminuer l'énergie libre du cristal. Elle est telle que l'état actuel correspond à un minimum d'énergie libre par rapport aux états voisins possibles. L'énergie libre totale comprend :

- l'énergie de chaque domaine : énergies magnétocristalline et magnétoélastique, éventuellement énergie du champ démagnétisant ;
- l'énergie de l'ensemble des parois
- l'énergie globale de désaimantation.

Considérons un monocristal sphérique. Si cet échantillon ne contient qu'un domaine, comme le montre la figure III-4, les poles magnétiques qui apparaissent sur la surface engendreraient un champ démagnétisant important ce qui impliquerait une énergie magnétostatique importante. Une telle situation peut être évitée si la distribution de l'aimantation est celle de la figure III-5. Dans ce cas, il n'y aurait pas de poles magnétiques et l'énergie magnétostatique serait nulle. Cependant, chaque atome ferait un angle non nul avec son voisin, donnant ainsi naissance à un supplément d'énergie d'échange. Le choix entre ces deux possibilités est essentiellement déterminé par une comparaison entre ces deux types d'énergies, échange et magnétostatique, qui dépendent aussi bien de la forme et du volume du matériau que de l'intensité de l'aimantation spontanée et de l'interaction d'échange.

Si le cristal possède une anisotropie magnétocristalline importante, il faut que l'aimantation soit parallèle à une direction de facile aimantation. Par exemple, dans le fer, les directions de facile aimantation sont [100] , [010] , et [001] ; il s'ensuit que sa texture en domaines peut être celle de la figure III-6. Dans un tel cas, l'énergie sera stockée principalement aux limites des domaines, c'est-à-dire dans les parois, où les spins tournent d'une direction à l'autre. Pour un cristal d'anisotropie uniaxiale tel que le cobalt, l'aimantation est soit parallèle, soit antiparallèle à une direction de facile aimantation. Donc,

des poles libres, de signes alternants, apparaissent sur la surface de la sphère (fig. III-7). L'énergie magnétostatique impliquée dans cette distribution de poles libres est très faible par rapport à celle de la fig. III-4, car l'énergie d'interaction de Coulomb diminue du fait de la subdivision en domaines. En première approximation, l'énergie magnétostatique devrait diminuer à 1/N de sa valeur primitive lorsque l'échantillon est divisé en N domaines. Puisque le volume total des parois augmente dans la même proportion de N, la taille des domaines est déterminée par l'équilibre entre l'énergie de paroi et l'énergie magnétostatique.

La magnétostriction peut influer sur la structure des domaines. Si le matériau a une magnétostriction positive, chaque domaine tend à s'allonger dans la direction de l'aimantation, et se contracter perpendiculairement à celle-ci (fig III-8). Puisque la magnétostriction est en effet une petite déformation ($\simeq 10^{-5}$), une telle déformation ne peut pas briser le contact aux parois des domaines. Pour que les domaines restent en contact les uns avec les autres, il faut qu'une quantité importante d'énergie élastique soit stockée dans le matériau. Une façon possible d'éviter cela est d'augmenter le volume des domaines principaux qui ont leurs aimantations parallèles à une direction de facile aimantation (fig. III-9). Dans ce cas, la déformation du volume total sera déterminée exclusivement par la magnétostriction des domaines principaux, et l'énergie élastique sera concentrée dans les prismes de fermeture qui sont contraints à se déformer pour s'accomoder de la déformation des domaines principaux. La taille des domaines dans ces circonstances est déterminée par l'équilibre qui s'établit entre l'énergie élastique et l'énergie des parois.

Pour toutes les conditions ci-dessus, la structure stable des domaines est déterminée de façon à ce que l'énergie totale soit minimisée. La taille et la forme des domaines ainsi déterminés dépendent de la taille et de la forme de l'échantillon.

Cependant, dans un matériau magnétique non-homogène, la taille des domaines dépend presque exclusivement de l'inhomogénéité du matériau, indépendamment de sa forme. Les types d'inhomogénéités qui peuvent influer sur la structure des domaines sont les cavités, les inclusions, les pré-

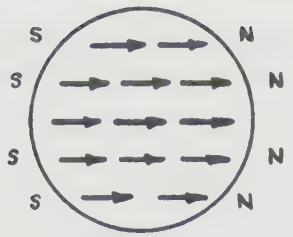


Fig. III-4 Structure d'un monodomaine

Fig. III-5 Structure en domaines d'un matériau avec une anisotropie magnétocristalline faible

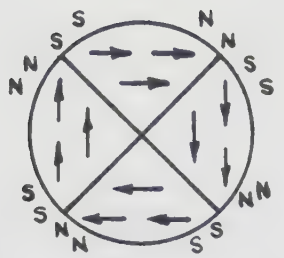


Fig. III-6 Structure en domaines d'un matériau avec une anisotropie magnétocristalline importante

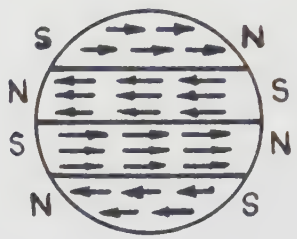


Fig. III-7 Structure en domaines d'un matériau avec une anisotropie uniaxe

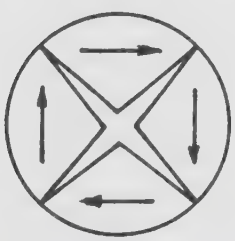


Fig. III-8 Déformation des domaines d'un matériau de magnétostriction positive

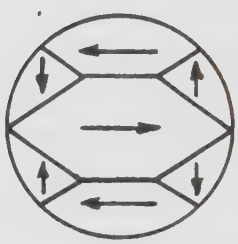


Fig. III-9 Structure en domaines d'un matériau qui possède une magnétostriction importante

cipitations, les fluctuations de composition, les tensions internes, l'ordre directionnel local, les joints des cristaux, etc. Par exemple, s'il existe une inclusion ou un vide dans un matériau ferromagnétique, des pôles libres qui apparaîtraient sur sa surface entraineraient une énergie magnétostatique importante. Dans un tel cas, des domaines en forme de pics (fig. III-10(b)) seraient créés de telle manière que l'énergie magnétostatique soit réduite. Une telle configuration de domaines autour d'une inclusion était prévue par L. NEEL et observée par Williams et al. Lorsque la paroi coupe l'inclusion (fig. III-10(c)), les poles libres de l'inclusion sont divisés en quatre groupes, réduisant ainsi l'énergie magnétostatique. Lorsqu'il y a plusieurs inclusions distribuées dans le matériau, la distribution des domaines de la figure III-11 peut réduire considérablement l'énergie magnétoélastique du système. La taille et la forme des domaines seront déterminées par l'énergie magnétostatique des pôles libres autour des inclusions et par l'énergie de paroi, indépendamment de la taille et de la forme de l'échantillon.

Lorsque la composition d'un alliage ferromagnétique ou d'un ferrite mixte diffère d'un endroit à l'autre (tel qu'il en est le cas pour la plupart des matériaux) l'intensité de l'aimantation spontanée varie de la même manière puisque l'aimantation spontanée est en général une fonction de la composition. Il y a une distribution volumique de pôles libres, dont la densité est exprimée par la divergence de l'intensité de l'aimantation spontanée. Puisque le signe des pôles libres change avec l'inversion de la direction de l'aimantation du domaine, des régions où il y a une densité importante de poles libres devraient être divisées en plusieurs domaines pour diminuer l'énergie magnétostatique.

Lorsque les tensions internes sont distribuées au hasard dans un matériau magnétique, une anisotropie locale en résulte, la direction de facile aimantation varie, et l'aimantation spontanée peut changer de direction. Dans ce cas, aussi bien que dans les cas moins compliqués, la structure des domaines est déterminée de telle manière que l'énergie totale soit minimum. Dans ces matériaux, l'énergie d'anisotropie locale et l'énergie d'échange sont localisées dans les régions où la direction de l'aimantation varie.

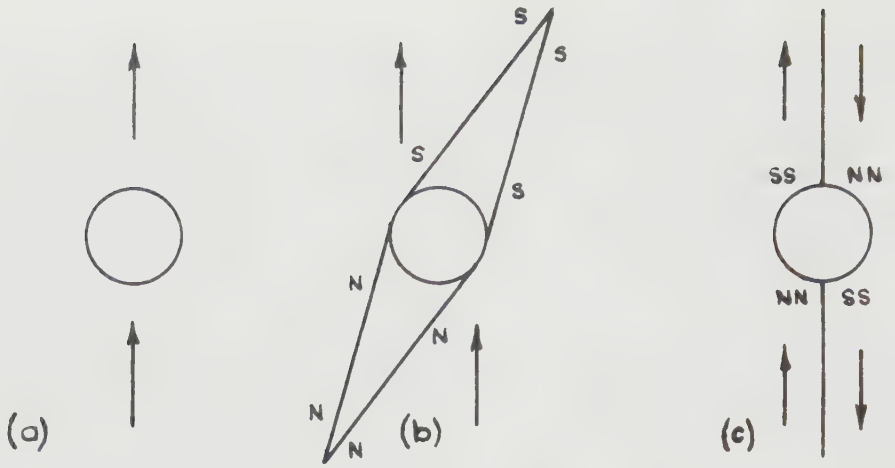


Fig. III-10 Distribution des poles libres autour d'une inclusion sphérique

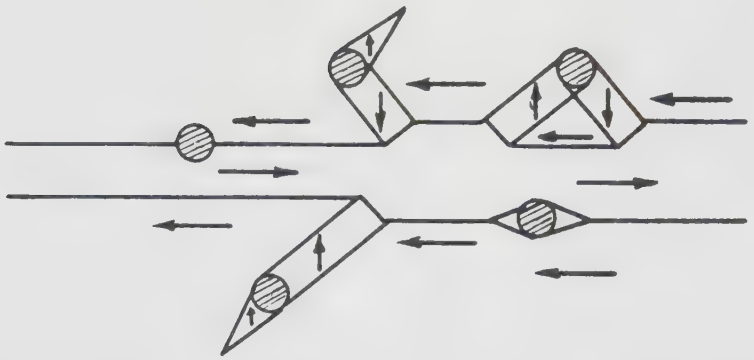


Fig. III-11. Structures possibles des domaines autour des inclusions

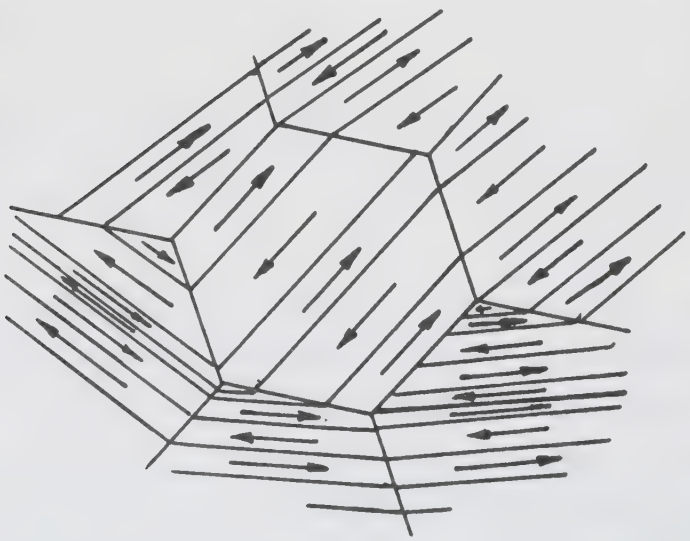


Fig. III-12 Structure en domaines d'un polycristal

Considérons maintenant la structure des domaines d'un matériau polycristallin. Puisque chaque grain a sa propre direction de facile aimantation, on s'attend à ce qu'il y ait, dans le cas général, des pôles libres aux joints des grains. L'énergie magnétostatique d'une distribution de pôles libres est diminuée d'une manière importante lorsque la distribution des domaines dans chaque cristallite est étroitement liée à celle du cristallite voisin (fig. III-12). Lorsque l'énergie magnétostatique des pôles libres qui apparaissent sur les joints des grains est suffisamment importante devant celle des pôles libres apparaissant sur la surface extérieure de l'échantillon, la structure des domaines doit être déterminée par la taille des grains, indépendamment de la forme extérieure de l'échantillon.

La configuration des domaines dépend donc non seulement des propriétés intrinsèques du matériau (K, λ, etc) mais aussi de sa forme, de l'orientation des surfaces libres, de ses dimensions, et de son histoire antérieure (par exemple, aimantation à saturation ou désaimantation en champ alternatif décroissant, recuits, etc.).

Entre deux domaines adjacents, la paroi a tendance à prendre une forme et une orientation telle que la divergence de $\vec{M}$ reste nulle, c'est-à-dire que la composante de $\vec{M}$ normale à la paroi soit la même de chaque côté de la paroi. Ce résultat est obtenu lorsque la paroi bissecte l'angle extérieur des aimantations dans les domaines qu'elle sépare (fig. III-2). Une très faible désorientation de la paroi par rapport à l'orientation satisfaisant à la condition div. $\vec{M} = 0$ absorbe une énergie importante. Sauf dans le cas où les aimantations dans les deux domaines adjacents sont anti-parallèles, la condition précédente entraîne que la paroi doit être plane.

Pour bien comprendre le mécanisme de la décomposition en domaines nous allons étudier quelques exemples de décomposition avec domaines de fermeture.

Nous allons calculer par la méthode de Landau et Lifshitz la largeur des domaines dans un arrangement avec fermeture de flux (fig.III-13) dans le cas d'un cristal uniaxe. L'énergie superficielle de paroi est respectivement w_{180} et w_{90} pour les deux types de parois ; K est l'énergie d'anisotropie magnétocristalline du cristal. Tout d'abord il faut effectuer

le dénombrement des parois et déterminer leurs surfaces ; nous avons :

$$n_{180} = \frac{l}{D} \text{ parois à } 180° \text{ de surface } s_{180} = (L - D)e \qquad \text{(III-10)}$$

$$n_{90} = \frac{4l}{D} \text{ parois à } 90° \text{ de surface } s_{90} = \frac{De\sqrt{2}}{2} \qquad \text{(III-11)}$$

L'énergie des parois vaut :

$$W_p = n_{180}\, s_{180}\, w_{180} + n_{90}\, s_{90}\, w_{90}$$

$$= \frac{V}{D} w_{180} + S(2\sqrt{2}\, w_{90} - w_{180}) \quad \text{avec } S = le \qquad \text{(III-12)}$$

Il est à remarquer que le terme fonction de D est indépendant de l'énergie des parois à 90°. Pour un prisme de fermeture, l'énergie d'anisotropie est égale à :

$$W_{an} = \frac{eD^2}{4} K$$

et il y a $\frac{2l}{D}$ prismes. L'énergie totale vaut :

$$W = W_p + W_{an}$$

$$= \frac{V}{D} w_{180} + \frac{S}{2} DK + S(2\sqrt{2}\, w_{90} - w_{180}) \qquad \text{(III-13)}$$

Cette énergie est minimum pour $\frac{dW}{dD} = 0$, soit pour :

$$\frac{dW}{dD} = -\frac{V}{D^2} w_{180} + \frac{S}{2} K = 0$$

d'où
$$D = \sqrt{\frac{2V w_{180}}{SK}} \qquad \text{(III-14)}$$

et
$$W = 2\sqrt{\frac{SKV w_{180}}{2}} + S(2\sqrt{2}\, w_{90} - w_{180}) \qquad \text{(III-15)}$$

Dans un cristal cubique, il est possible d'avoir des domaines principaux et de fermeture aimantés à la fois suivant les différents axes de facile aimantation. La dépense d'énergie provient dans ce cas de la magnétostriction.

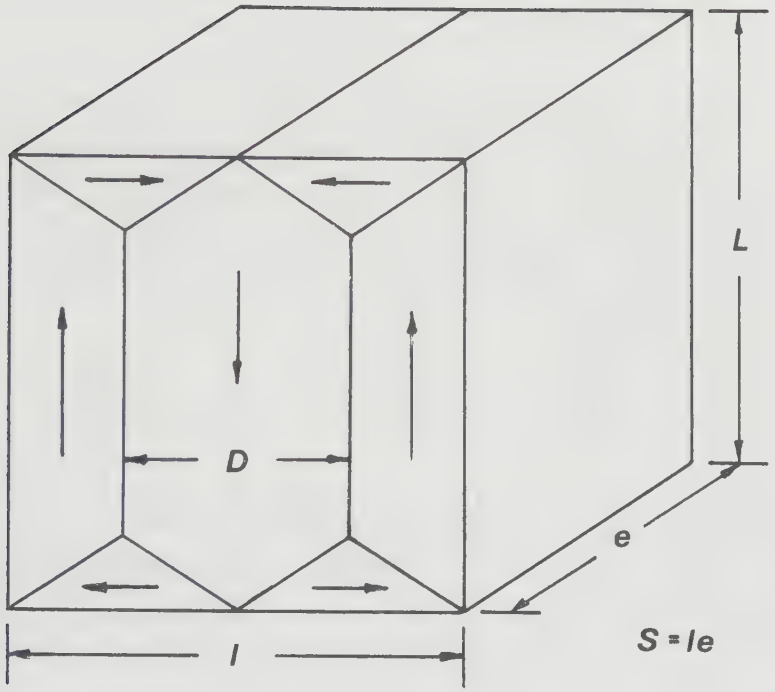


Fig. III-13 Décomposition en domaines

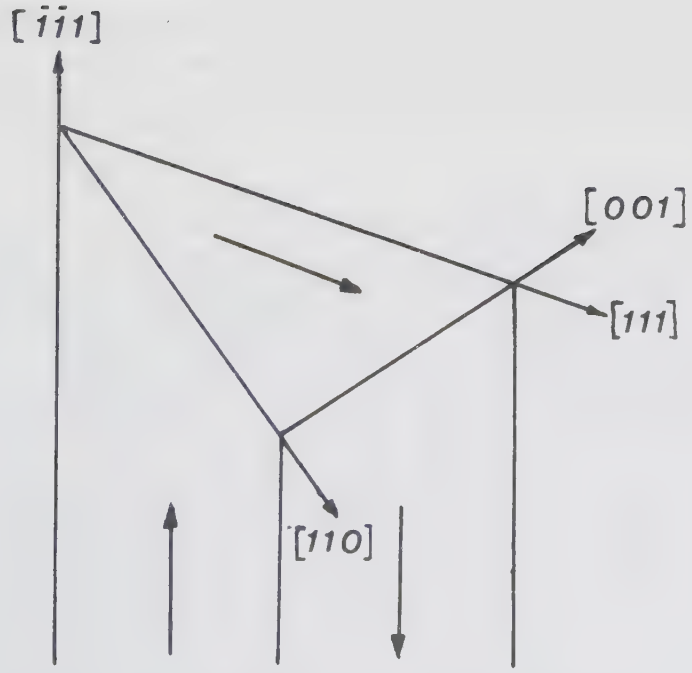


Fig. III-16 Directions de l'aimantation

Dans ces conditions, l'énergie de paroi est contrebalancée par une énergie élastique qui se trouve confinée dans les prismes de fermeture.

Soit W_{cm} cette énergie par unité de volume. Le calcul de la décomposition en domaines sera la même que dans le cas d'un cristal uniaxe avec prismes de fermeture, sauf que l'on remplacera l'énergie d'anisotropie magnétocristalline W_{an} par l'énergie de contrainte magnétoélastique W_{cm}. on en déduit la largeur des domaines (équation III-14).

$$D = \sqrt{\frac{2Vw_{180}}{SW_{cm}}} \qquad \text{(III-16)}$$

$W_{cm} = \frac{9}{4}(C_{11} - C_{12})\,\lambda^2_{100}$ pour les prismes dont l'aimantation a la direction [100] et $W_{cm} = C_{44}\ \lambda^2_{111}$ pour les prismes dont l'aimantation a la direction [111].

III - 5 INFLUENCE DE LA MAGNETOSTRICTION SUR LA FORMATION DES DOMAINES

Pour le calcul de l'énergie libre (de la variation due à la configuration) il faut condenser deux domaines principaux (1) et (2), et un domaine de fermeture[3] dans l'état de leur aimantation actuelle (fig. III-14). La déformation des domaines (1) et (2) est telle que leur condensation n'apporte aucune variation d'énergie au système.

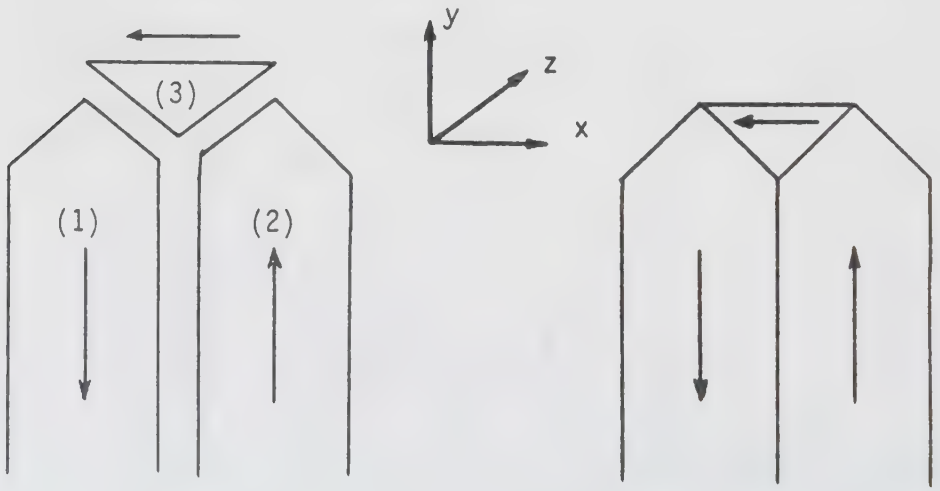


Fig. III-14 Formation des domaines

Il convient de déformer maintenant le domaine (3) à partir de son état aimanté de façon à ce qu'il s'adapte à la fermeture des domaines (1) et (2). Ceci correspond au fait que les domaines principaux imposent leurs déformations au prisme de fermeture. La variation d'énergie qui nous intéresse est la différence entre l'énergie libre du domaine de fermeture isolé et celle de ce même domaine inclus dans le système. Le domaine de fermeture isolé est déformé par l'aimantation. Il faut donc qu'il y ait une deuxième déformation pour que le domaine (3) s'adapte à (1) et (2).

Soit l'aimantation dans la direction [100] . Dans le prisme de fermeture à l'état initial, le tenseur de déformation se réduit à : (voir équ. II-42)

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= \lambda_{100} \\ \varepsilon_{22} &= -\frac{1}{2}\lambda_{100} \\ \varepsilon_{33} &= -\frac{1}{2}\lambda_{100} \end{aligned} \qquad (\varepsilon_{12} = \varepsilon_{23} = \varepsilon_{31} = 0 \; ; \; \alpha_1 = 1 \; ; \; \alpha_2 = \alpha_3 = 0) \tag{III-17}$$

Pour s'accomoder aux prismes principaux, il faut que le tenseur de déformation soit :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= -\frac{1}{2}\lambda_{100} \\ \varepsilon_{22} &= \lambda_{100} \\ \varepsilon_{33} &= -\frac{1}{2}\lambda_{100} \end{aligned} \tag{III-18}$$

L'énergie libre totale de ce système comprend l'énergie élastique et l'énergie magnétoélastique. L'énergie élastique ne change pas entre l'état initial et l'état final car elle est invariante par rapport aux transformations de symétrie. Seule change l'énergie magnétoélastique, qui vaut dans l'état initial :

$$W_{m.él} = B_1 \lambda_{100}' \tag{III-19}$$

et dans l'état final :

$$W_{m.él} = -\frac{B_1}{2}\lambda_{100} \tag{III-20}$$

La différence énergétique, c'est-à-dire l'énergie cherchée vaut $\frac{3}{2} B_1 \lambda_{100}$, soit avec $B_1 = \frac{3}{2} \lambda_{100}(C_{11} - C_{12})$:

$$\Delta W = \frac{9}{4} \lambda_{100}^2 (C_{11} - C_{12}) \qquad \text{(III-21)}$$

Nous voyons donc que l'origine des domaines de fermeture est magnétoélastique. Une autre manière d'aborder le problème est de considérer les états initiaux et finaux comme le montre la figure III-15.

Le tenseur de déformation du prisme de fermeture est celui des domaines principaux et nous considérons que seule la direction de l'aimantation change.

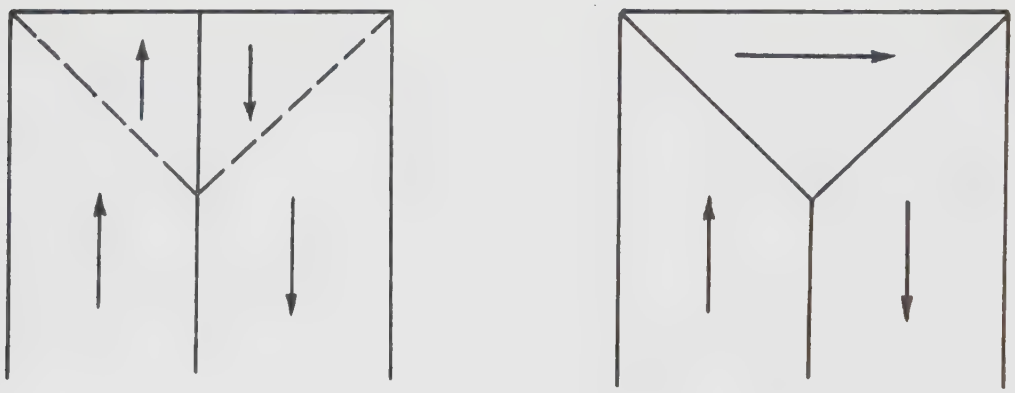


Fig. III-15

Etats Initiaux et finaux

Etat initial du prisme de fermeture		Etat final du prisme de fermeture	
$\varepsilon_{11} = -\frac{1}{2}\lambda_{100}$	$\alpha_1 = 0$	$\varepsilon_{11} = -\frac{1}{2}\lambda_{100}$	$\alpha_1 = 1$
$\varepsilon_{22} = \lambda_{100}$	$\alpha_2 = 1$	$\varepsilon_{22} = \lambda_{100}$	$\alpha_2 = 0$
$\varepsilon_{33} = -\frac{1}{2}\lambda_{100}$	$\alpha_3 = 0$	$\varepsilon_{33} = -\frac{1}{2}\lambda_{100}$	$\alpha_3 = 0$

(III-22)

(d'après les équations II-28 et II-33, II-34)

L'énergie des prismes de fermeture est une énergie d'anisotropie uniaxiale :

$$\Delta W = \frac{9}{4} \lambda_{100}^2 (C_{11} - C_{12}) \qquad \text{(III-23)}$$

Effectuons maintenant le calcul dans le cas des parois soit à 71°, soit à 109°. Les directions des aimantations sont celles de la figure III-16.

Nous avons pour les cosinus directeurs de l'aimantation :

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix}_{\text{dom 1}} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix}_{\text{dom 2}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix}_{\text{dom 3}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \qquad \text{(III-24)}$$

On a $\varepsilon_{ij} = \frac{3}{2} \lambda_{111} \alpha_i \alpha_j$ (équ. II-28, 33, 34). Pour les domaines principaux (1) et (2), nous avons le tenseur de déformation :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{12} &= \frac{1}{2} \lambda_{111} \\ \varepsilon_{23} &= -\frac{1}{2} \lambda_{111} \\ \varepsilon_{31} &= -\frac{1}{2} \lambda_{111} \end{aligned} \qquad \text{(III-25)}$$

Nous avons d'autre part, avant et après la formation des domaines de fermeture, en ce qui concerne les directions de l'aimantation :

	avant	après
$\alpha_1 \alpha_2$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$\alpha_2 \alpha_3$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$\alpha_3 \alpha_1$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
	(domaine (1) ou (2))	(domaine (3))

(III-26)

Pour les mêmes raisons que précedemment, l'énergie élastique ne change pas (équ. II-26). La différence d'énergie magnétoélastique vaut :

$$\Delta W_{me} = B_2 \left(-\frac{1}{3}\ \frac{1}{2}\ \lambda_{111} - \frac{1}{3}\ \frac{1}{2}\ \lambda_{111} \right)$$

$$= -\frac{2}{3}\ B_2\ \lambda_{111}$$

Mais $\lambda_{111} = -\frac{2}{3}\ \frac{B_2}{C_{44}}$, donc : $W = C_{44} \lambda^2_{111}$ (III)-27)

CHAPITRE IV - LA PERMEABILITE INITIALE ET LE CHAMP COERCITIF

IV - I GENERALITES

La force coercitive H_c est peut-être la propriété la plus sensible que l'on peut controler. On la définit habituellement par rapport à la courbe d'hystérésis comme étant la valeur du champ magnétique qui correspond au point B = 0, c'est-à-dire le champ qu'il faut appliquer pour ramener l'induction B de sa valeur à saturation à une valeur nulle.

Les matériaux magnétiquement doux ont une valeur de H_c faible. Qualitativement on l'explique de la manière suivante . On peut considérer l'énergie F du système comme fonction de l'abscisse correspondant à un minimum de l'énergie, c'est-à-dire à un zéro de la dérivée dF/dx. Cette variation peut provenir, par exemple, des variations locales des tensions internes, des impuretés, des dimensions des cristallites, etc. L'application d'un champ modifie l'énergie du système et est équivalent à un déplacement vertical de l'axe des x. Pour un faible champ de sens convenable le point figuratif de la paroi se déplace suivant OA d'une façon réversible (figure IV-1). Lorsque le champ est suffisant pour que la paroi atteigne l'abscisse correspondant au point A, le point figuratif se déplace d'une façon irréversible jusqu'en B. Le déplacement de B en C étant réversible, il se produit un nouveau saut irréversible de C à D, et lorsqu'on supprime le champelle ne revient qu'en F. Il existera donc une aimantation rémanente. Pour ramener la paroi vers la gauche il faudra appliquer un champ négatif. La paroi se déplace réversiblement jusqu'à H, et ensuite irréversiblement vers I, et dépasse même la position initiale. Il y aura donc hystérésis.

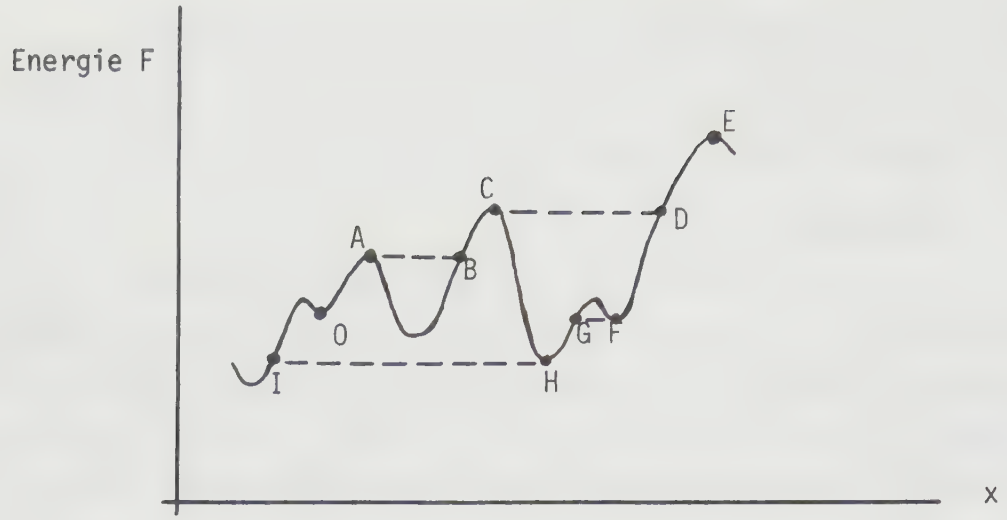


Fig. IV-1 L'énergie du système en fonction de x

Pour faire franchir aux parois les obstacles les plus grands qu'elles peuvent rencontrer au cours de leurs déplacements, il faut que le champ soit supérieur au champ limite H_o donné par :

$$H_o = \frac{1}{2\ SM_s \cos\phi} \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_{max} \qquad (IV\text{-}1)$$

Dans un tel champ, l'aimantation s'inverse. On voit donc le sens qu'à le champ coercitif : c'est la valeur moyenne de ce champ limite, ou plus exactement sa valeur quadratique moyenne :

$$H_c = \sqrt{\overline{H^2}_0} \qquad (IV\text{-}2)$$

La valeur moyenne étant prise sur l'ensemble des parois dans l'échantillon.

L'étendue de la gamme du champ magnétique H pour laquelle la perméabilité est réversible est déterminée par la distance que peut traverser la paroi sans dépasser un maximum de la courbe de l'énergie de la paroi en fonction de la distance. Lorsque la paroi dépasse A ou C, ce déplacement est irréversible.

La perméabilité réversible est donc déterminée par les irrégularités de cette courbe, et donc essentiellement par les mêmes conditions physiques que la force coercitive. On montre en effet qu'il y a une gamme

très étendue pour laquelle la corrélation entre la perméabilité initiale et le champ coercitif est très étroite (Kittel).

Le problème physique essentiel se réduit à la détermination du seuil du champ magnétique nécessaire pour une translation de la paroi séparant les domaines aimantés dans des directions différentes. Il faut que la théorie nous fournisse un mécanisme par lequel l'énergie du matériau varie d'une façon plus ou moins irrégulière avec la position des parois de Bloch. De cette manière, il y a des positions d'énergie minimum, et les parois prendront donc ces positions. Des déplacements auront lieu avec l'application d'un champ magnétique, lequel exerce en effet une pression sur les parois, créant ainsi un déplacement avec augmentation de l'aimantation dans la direction du champ.

La perméabilité initiale est une mesure de la force intrinsèque qui tend à ramener la paroi à sa position d'équilibre pour de petits déplacements ; le champ coercitif, lui, est une mesure de la valeur maximum de cette même force. La force coercitive nous indique l'intensité du champ magnétique nécessaire pour le passage de la paroi d'un minimum à un deuxième, tout en dépassant les maximums entre ces deux positions d'équilibre.

Il y a trois types de mécanismes principaux qu'il faut considérer en ce qui concerne la théorie de la force coercitive. Bloch a suggéré que des tensions internes inhomogènes pourraient jouer un rôle dans la détermination de la résistance aux déplacements des parois. Cette idée a été développée par Kondorsky et Kersten. La théorie des inclusions a été développée par Kersten. Une critique et une extension de ces théories furent développées par Néel qui a souligné le rôle important de l'énergie démagnétisante résultant des variations de l'aimantation produites par les tensions internes et les inclusions.

IV - 2 CONTRIBUTION DES DEPLACEMENTS DE PAROIS A LA SUSCEPTIBILITE INITIALE

Considérons une paroi de surface S_i séparant deux domaines aimantés à 180°, l'aimantation faisant un angle ϕ_i avec le champ $\vec{H}$. Soit F(x) l'énergie de cette paroi. En l'absence de champ elle est fixée en une position x_o telle que :

$$\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_{x=x_o} = 0 \qquad \text{(IV-3)}$$

Sous l'effet du champ H, elle se déplace d'une longueur Δx telle que l'énergie potentielle subit un changement :

$$2M_s S_i \cos\phi_i \, H = \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_{x = x_o + \Delta x} \qquad \text{(IV-4)}$$

$$= \Delta x \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right)_{x = x_o}$$

ϕ étant l'angle entre $\vec{M}_s$ et $\vec{H}$.

On en déduit le déplacement :

$$\Delta x = \frac{2M_s S_i \cos\phi_i}{\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right)_{x=x_o}} H \qquad \text{(IV-5)}$$

et la contribution de cette paroi à l'aimantation :

$$\Delta M_i = 2M_s S_i \cos\phi_i \, \Delta x = \frac{4M_s^2 S_i^2 \cos^2\phi_i}{\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right)_{x=x_o}} H \qquad \text{(IV-6)}$$

La susceptibilité initiale sera donc :

$$\chi_i = 4 M_s^2 \sum_i \frac{S_i^2 \cos^2 \phi_i}{\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right)_{x = x_o^{(i)}}} \qquad \text{(IV-7)}$$

Il s'agit d'étudier la variation de l'énergie de la paroi avec sa position dans le cristal. Nous n'examinerons que quelques cas simples dans lesquels un mécanisme est fortement prédominant.

IV - 3 DEPLACEMENT DES PAROIS A 180° - EFFET DES TENSIONS INTERNES

Considérons un cristal dont l'anisotropie, uniaxe, est assez forte pour qu'elle impose, à elle seule, la direction de l'aimantation. Il est soumis à des tensions internes variables d'un point à un autre qui produiront un effet d'orientation supplémentaire analogue à une anisotropie, qui viendra moduler l'anisotropie magnétocristalline, donc produira une variation de l'énergie superficielle de paroi. Cette anisotropie ne modifie pratiquement pas la direction des aimantations dans les domaines, l'anisotropie magnétocristalline étant très grande. Par contre, l'énergie superficielle γ est sensible à cette perturbation.

Nous allons appeler cette perturbation $\Delta K(x)$ et l'anisotropie magnétocristalline ainsi modifiée s'écrit $K + \Delta K(x)$. L'énergie superficielle de paroi devient $\gamma(x) = 2\sqrt{A(K + \Delta K(\times))}$. La contribution d'une paroi de surface S_i à l'énergie libre est donnée par $F = \gamma_i S_i$. La dérivée de cette fonction s'écrit :

$$\frac{\partial F}{\partial x} = S_i \frac{d\gamma_i}{dx} = S_i \sqrt{\frac{A}{K + \Delta K(x)}} \frac{d\Delta K(x)}{dx} \qquad \text{(IV-8)}$$

peu différent, en moyenne, de

$$\frac{\partial F}{\partial x} = S_i \delta_p \frac{d\Delta K(x)}{dx} \qquad \text{(IV-9)}$$

avec $\delta_p = \sqrt{\frac{A}{K}}$ l'épaisseur de la paroi.

En conciliant ces deux approches, on peut poser :

$$\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right)_o = C \frac{S_i}{D^2} \delta_p \overline{\Delta K} \qquad \text{(IV-10)}$$

où $\overline{\Delta K}$ est le module des fluctuations d'anisotropie ;

D est la distance entre les parois à l'équilibre ;

C est une constante qui dépend de la distribution réelle des fluctuations d'anisotropie, et qui est déterminée par les coefficients de Fourier de l'expression de ΔK. Sa valeur est de l'ordre de $(2\pi)^2$.

En développant $\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right)_o$ dans l'expression de la susceptibilité initiale (eq. IV-7) on obtient :

$$\langle \chi \rangle = \frac{4}{C} \left(\frac{D}{\delta_p}\right) \frac{M_s^2}{\overline{\Delta K}} \langle \cos^2 \phi_i \rangle \qquad \text{(IV-11)}$$

IV - 4 DEPLACEMENTS DES PAROIS A 90°

La paroi est fixée en un point x_o tel que $\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_{x_o} = 0$.

Sous l'effet du champ $\vec{H}$ la paroi se déplace d'une longueur Δx telle que :

$(\vec{M}_{s_1} . \vec{H} + \vec{M}_{s_2} . \vec{H})$ S Δx est l'augmentation d'énergie de champ. (IV-12)

On pose en plus :

$$G(x,H) = - (\vec{M}_{s_1} . \vec{H} + \vec{M}_{s_2} . \vec{H}) S\Delta x + F(x) \qquad \text{(IV-13)}$$

où F(x) est l'énergie de paroi,

G(x,H) est l'énergie libre totale.

Pour l'équilibre en champ nul, $\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_{x_o} = 0$, et donc $\left(\frac{dG}{dx}\right)_{H,(x_o+\Delta x)} = 0$

ce qui implique :

$$(\vec{M}_{s_1} \cdot \vec{H} + \vec{M}_{s_2} \cdot \vec{H})\, S = \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_{(x_o + \Delta x)} = \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_{x_o} + \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right)_{x_o} \Delta x \qquad \text{(IV-14)}$$

et enfin,

$$\Delta x = \frac{(\vec{M}_{s_1} \cdot \vec{H} + \vec{M}_{s_2} \cdot \vec{H})\, S}{\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right)_{x_o}} \qquad \text{(IV-15)}$$

La variation de l'aimantation est :

$$\Delta M = \frac{(\vec{M}_{s_1} \cdot \vec{H} + \vec{M}_{s_2} \cdot \vec{H})\, S\, \Delta x}{|H|} \qquad \text{(IV-16)}$$

On en tire l'expression pour la susceptibilité initiale :

$$\chi = \frac{(\vec{M}_{s_1} \cdot \vec{H} + \vec{M}_{s_2} \cdot \vec{H})^2\, S^2}{H^2 \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right)_{x_o}} \qquad \text{(IV-17)}$$

Prenons maintenant, pour les cosinus directeurs de M_{s_1} et M_{s_2} :

$$\vec{M}_{s_1} = \begin{vmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{vmatrix} \qquad \vec{M}_{s_2} = \begin{vmatrix} \alpha_1 \\ -\alpha_2 \\ -\alpha_3 \end{vmatrix} \qquad \text{(IV-18)}$$

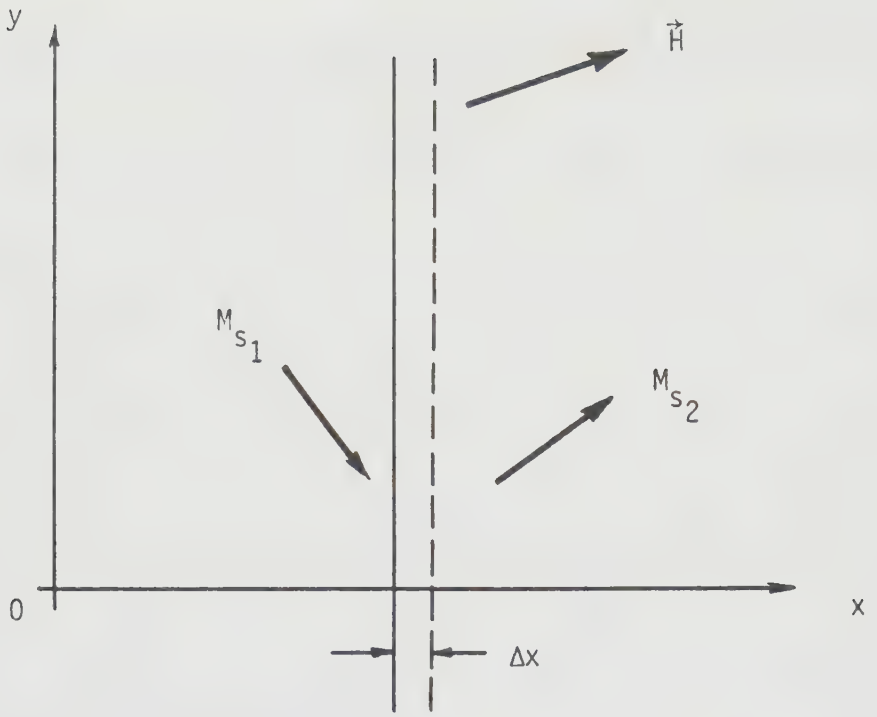


Fig. IV-2

Le plan de la paroi d'après la figure IV-2 est évidemment yOz, et les cosinus directeurs du champ sont $(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$. Le calcul de $\vec{M}_s.\vec{H}$ s'effectue facilement :

$$\vec{M}_{s_1}.\vec{H} = \alpha_1 \beta_1 + \alpha_2 \beta_2 + \alpha_3 \beta_3 \qquad \text{(IV-19)}$$

$$\vec{M}_{s_2}.\vec{H} = \alpha_1 \beta_1 - \alpha_2 \beta_2 - \alpha_3 \beta_3$$

L'expression de la susceptibilité initiale devient :

$$\chi = \frac{4\,\alpha^2_x\,\beta^2_x\,S^2\,M_s^2}{\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right)_{x_o}} \qquad \text{(IV-20)}$$

Il suffit de calculer $\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right)_{x_o}$ dans le cas des parois à 90°.

IV - 5 EFFET DES INCLUSIONS

Kersten a remarqué que l'énergie de paroi est abaissée lorsque celle-ci traverse des inclusions non-magnétiques dont les dimensions sont grandes devant l'épaisseur de la paroi de Bloch. Ces inclusions auront pour effet de bloquer les parois, augmentant ainsi le champ coercitif et diminuant la perméabilité initiale.

Considérons une substance contenant des impuretés non-magnétiques que nous schématiserons par des sphères de rayon $\rho > \delta_p$. Nous les supposerons réparties en un réseau régulier de période s (fig. IV-3). La concentration volumique en impuretés est :

$$v = \frac{4\pi}{3} \frac{\rho^3}{s^3} \qquad \text{(IV-21)}$$

Considérons une paroi qui traverse un ensemble de sphères non-aimantées, à une distance x de leur centre. Pour chaque sphère traversée il y a un gain d'énergie égal à :

$$\pi(\rho^2 - x^2)\gamma \; . \qquad \text{(IV-22)}$$

où $x \leqslant \rho$

Le nombre de sphères coupées par un cm^2 de paroi plane étant $1/s^2$, l'énergie s'écrira pour une paroi de surface S :

$$F = F_0 - \frac{\pi\gamma}{s^2} (\rho^2 - x^2) S \qquad \text{(IV-23)}$$

F_0 est l'énergie libre d'une paroi lorsqu'il n'y a pas d'inclusions

On peut donc introduire ce terme d'énergie libre dans le calcul des déplacements des parois planes.

Il faut remarquer que dans cette théorie il n'a été tenu aucun compte du champ démagnétisant autour des inclusions, dont le rôle est pourtant prédominant. Une sphère non-magnétique dans un matériau aimanté uniformément possède une énergie :

$$E_o = \frac{1}{2} NM_s^2 V = \frac{8\pi^2}{9} M^2_s \rho^3 \qquad \text{(IV-24)}$$

Lorsqu'elle est coupée par une paroi de Bloch son énergie n'est plus que : $E'_o = 0{,}46\, E_o \simeq \frac{1}{2} E_o$ (IV-25)

On va supposer que la variation de l'énergie du champ démagnétisant de l'inclusion est une fonction quadratique de la position x de la paroi.

L'énergie s'écrit donc :

$$E''_o = \frac{E_o}{2}\left(1 + \frac{x^2}{\rho^2}\right) \qquad \text{(IV-26)}$$

pour satisfaire aux conditions aux limites. On obtient la contribution à l'énergie libre par unité de surface de paroi :

$$F = \frac{S}{s^2} E''_o$$

$$= \frac{NM_s^2}{3s^2} \pi\rho(\rho^2 + x^2)S \qquad \text{(IV-27)}$$

L'effet des inclusions donne ainsi deux contributions : l'une relative à la perte d'énergie des parois, l'autre relative au champ démagnétisant des inclusions interceptées par les parois. L'énergie libre totale devient :

$$F = F_o - \gamma(\rho^2 - x^2)\frac{\pi S}{s^2} + \frac{NM_s^2}{3}\rho(\rho^2 + x^2)\frac{\pi S}{s^2} \qquad \text{(IV-28)}$$

La mobilité des parois est déterminée par $\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right)$. Soit :

$$\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right) = \frac{2\pi S}{s^2}\left(\gamma + \frac{NM_s^2}{3}\rho\right). \qquad \text{(IV-29)}$$

On va calculer numériquement la contribution à la mobilité des deux parties de cette équation. L'équation III-8 nous indique que γ est proportionnelle à $\sqrt{KA}$. D'après le paragraphe II-1, $A \simeq 0{,}36.10^{-6}$ erg/cm. D'après le Tableau II-1, $K \simeq 10^{+4}$ erg/cm^3

d'où $\gamma \simeq 2\sqrt{KA} \simeq 0{,}12$ erg/cm^2

Par contre, pour la deuxième partie,

$$\frac{NM_s^2}{3}\rho = \frac{4\pi}{3}\ \frac{25.10^4}{3}\ 10^{-4} \text{ (pour une sphère, avec } \rho = 1\ \mu \text{ et } M_s = 500)$$

$$\simeq 35 \text{ erg/cm}^2.$$

Cette valeur est plausible pour les porosités intergranulaires. Pour les porosités intragranulaires, plus fines, prenons $\rho = 0{,}1\mu$, valeur pour laquelle

$$\frac{NM_s^2}{3}\rho \simeq 3{,}5 \text{ erg/cm}^2$$

La paroi rigide est donc bien fixée par les cavités non-magnétiques, mais la variation d'énergie magnétique mise en jeu est considérable, beaucoup plus grande que la variation d'énergie de paroi qui est à la base de la première théorie ci-dessus. En fait d'ailleurs, la structure simple représentée par la figure IV-3 ne peut exister. Il doit se former des domaines de fermeture du type de la figure IV-4 qui réduisent beaucoup l'énergie magnétique. L'existence de ces arrangements compliqués rend difficile le calcul détaillé des déplacements de parois. Les cavités ou inclusions non-magnétiques entrainent la formation de domaines de fermeture en forme de pics (figures III-10 et III-11)

Nous voulons tenter un calcul des déplacements de parois dans la cas de la figure IV-4. Pour ce faire, nous allons entourer l'inclusion de parois et calculer leur surface totale en fonction de la cote x de la paroi principale. Tous calculs faits, la contribution de cette configuration à l'énergie libre est la suivante :

$$F = F_o + \left[2x^2 + (8\sqrt{2} + 12)\rho\,|x| + 8(\sqrt{2} + 1)\rho^2\right]\gamma\,\frac{S}{s^2} \quad \text{(IV-30)}$$

Plusieurs remarques s'imposent. D'abord en ce qui concerne la mobilité, $\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right)_{x=o} = \frac{4\gamma S}{s^2}$ est du même ordre de grandeur que celui résultant du calcul de Kersten sans correction du champ démagnétisant (eq. IV-23).

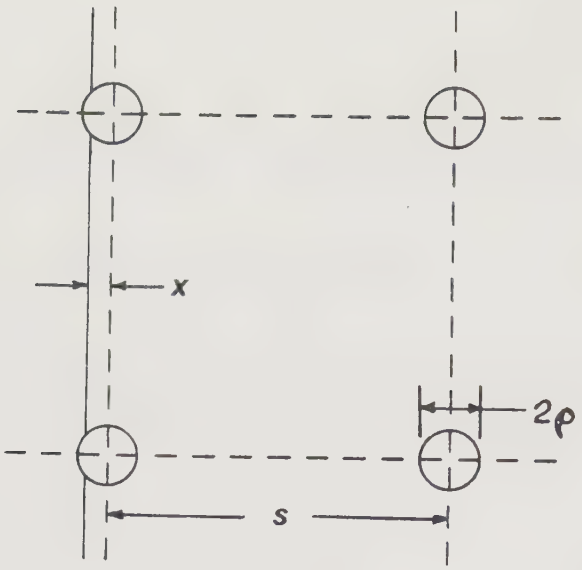


Fig. IV-3 Répartition des inclusions

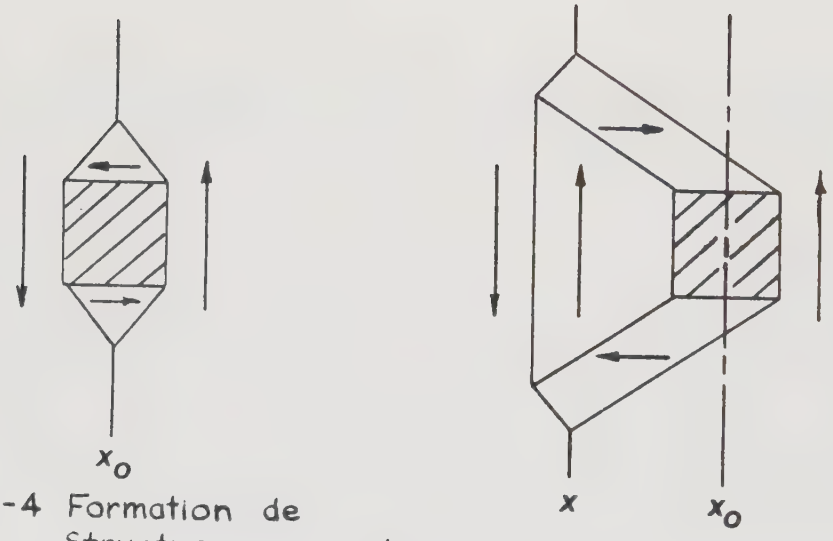


Fig. IV-4 Formation de Structures secondaires

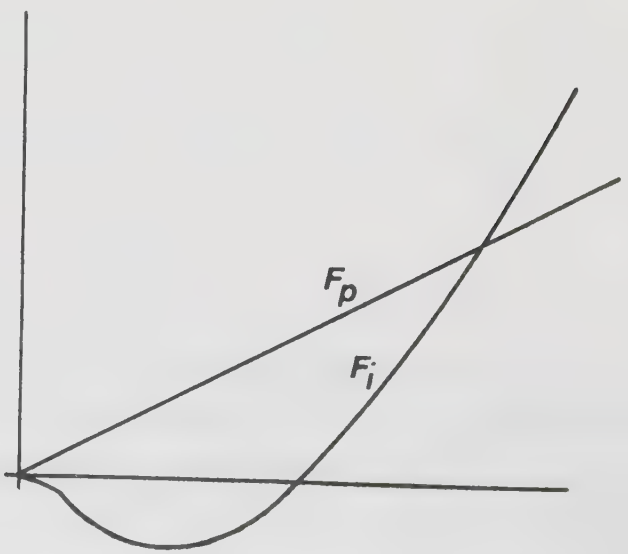


Fig. IV-5 Allure générale des fonctions F_p et F_i

Ensuite, il est intéressant de comparer cette dernière expression avec celle de l'équation IV-28 dans laquelle nous avons fait intervenir les inclusions et leur champ démagnétisant. L'expression IV-28 s'écrit pour $x = 0$:

$$F_i = F_o - \gamma \rho^2 \frac{\pi S}{s^2} + \frac{N M_s^2}{3} \rho^3 \frac{\pi S}{s^2} \qquad \text{(IV-31)}$$

et l'équation IV-30 :

$$F_p = F_o + 8(\sqrt{2} + 1) \rho^2 \gamma \frac{S}{s^2} \qquad \text{(IV-32)}$$

Nous représentons les graphes de ces deux fonctions sur la figure IV-5. Nous voyons que pour de faibles diamètres d'inclusions et jusqu'à un diamètre critique, nous avons intérêt à ce que les parois coupent les inclusions sans les habiller de pics de fermeture, quitte à utiliser une énergie de champ démagnétisant. Ce diamètre critique ρ^* est donné par l'égalité entre les expressions IV-31 et IV-32, soit :

$$\rho^* = 3 \left[\pi + 8 (\sqrt{2} + 1)\right] \frac{\gamma}{N M_s^2} \qquad \text{(IV-33)}$$

Naturellement, au-dessus de ce diamètre critique, nous avons intérêt à habiller les inclusions de prismes de fermeture. Les grandes inclusions sont donc entourées d'une structure secondaire, alors qu'au voisinage des très petites cavités, l'aimantation reste uniforme.

Avec $\gamma = 0{,}12$ erg/cm^2

$N = 4\pi/3$

$M_s = 500$,

On a $\rho^* = 0{,}08\ \mu$

IV - 6 LE CHAMP COERCITIF

Le champ coercitif est défini par les relations suivantes :

$$H_o = \frac{1}{2\,SM_s \cos\phi}\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_{max}$$

$$H_c = \sqrt{H_o^2}$$

Nous allons calculer la valeur de cette expression dans trois cas où nous avons des inclusions. Les expressions correspondantes pour F(x) sont :

Cas 1. Inclusions nues, sans tenir compte du champ démagnétisant :

$$F_1 = F_o - \frac{\pi\gamma}{s^2}\,(\rho^2 - x^2)\,S \qquad \text{(IV-23)}$$

Cas 2. Inclusions nues, compte tenu du champ démagnétisant :

$$F_2 = F_o - \gamma\,(\rho^2 - x^2)\,\frac{\pi S}{s^2} + \frac{NM_s^2}{3}\,\rho(\rho^2 + x^2)\,\frac{\pi S}{s^2} \qquad \text{(IV-28)}$$

Cas 3. Inclusions habillées de structures secondaires :

$$F_3 = F_o + (2x^2 + (8\sqrt{2} + 12)\,\rho x + 8\,(\sqrt{2} + 1)\,\rho^2)\gamma\,\frac{S}{s^2} \qquad \text{(IV-30)}$$

Pour ces trois cas, les dérivées premières s'écrivent :

cas 1. $$\left(\frac{\partial F_1}{\partial x}\right) = \frac{2\pi\,\gamma S x}{s^2} \qquad \text{(IV-34)}$$

cas 2. $$\left(\frac{\partial F_2}{\partial x}\right) = \frac{2\,\pi S}{s^2}\left(\gamma + \frac{NM_s^2}{3}\rho\right) x \qquad \text{(IV-35)}$$

cas 3. $$\left(\frac{\partial F_3}{\partial x}\right) = \frac{\gamma S}{s^2}\,(4x + (8\sqrt{2} + 12)\rho) \qquad \text{(IV-36)}$$

Nous ne considérons que le cas où $0 < x < \rho$. Nous rappelons que ρ est le rayon des inclusions, s la distance entre les inclusions,

x, le déplacement de la paroi, et S la surface d'une paroi. Introduisons une autre identité, pour le cas des inclusions sphériques, la porosité est donnée par :

$$v = \frac{4\pi}{3} \frac{\rho^3}{s^3} \qquad \text{(IV-37)}$$

$$\text{d'où } \frac{1}{s^2} = \frac{v^{(2/3)}}{(\frac{4\pi}{3})^{2/3} \rho^2} \qquad \text{(IV-38)}$$

La formule IV-32 a été développée en supposant les inclusions cubiques, d'épaisseur 2 ρ, ceci dans le but de simplifier le calcul des structures secondaires. Nous supposons dans les calculs suivants que ces inclusions sont sphériques. Pour les trois cas cités, la dérivée première présente un maximum pour $x = \rho$.

Cas 1. $$H_o = \frac{1}{2 SM_s \cos\phi} \frac{2 \pi\gamma S \rho v^{(2/3)}}{(\frac{4\pi}{3})^{2/3} \rho^2}$$

$$= \frac{\pi v^{(2/3)} \gamma}{(\frac{4\pi}{3})^{(2/3)} M_s \rho \cos \phi} \qquad \text{(IV-39)}$$

cas 2. $$H_o = \frac{1}{2 SM_s \cos\phi} 2 \pi S \left(\gamma + \frac{NM_s^2}{3} \rho \right) \rho \frac{v^{(2/3)}}{(\frac{4\pi}{3})^{2/3} \rho^2}$$

$$= \frac{\pi v^{2/3} \left(\gamma + \frac{NM_s^2}{3} \rho \right)}{(\frac{4\pi}{3})^{2/3} M_s \rho \cos\phi} \qquad \text{(IV-40)}$$

Cas 3. $$H_o = \frac{1}{2 SM_s \cos \phi} \gamma S (4\rho + (8\sqrt{2} + 12) \rho) \frac{v^{(2/3)}}{(\frac{4\pi}{3})^{(2/3)} \rho^2}$$

$$= \frac{\gamma v^{(2/3)} (16 + 8\sqrt{2})}{2(\frac{4\pi}{3})^{(2/3)} M_s \rho \cos \phi} \qquad \text{(IV-41)}$$

Prenons pour les valeurs des différents paramètres :

$$M_s \simeq 500$$
$$\gamma \simeq 0{,}12 \text{ erg/cm}^2$$
$$\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{2/3} \simeq 2{,}6$$
$$N \simeq 3$$
$$\left\langle \frac{1}{\cos^2\phi} \right\rangle = 1$$
$$v \simeq 0{,}001 \quad \text{(et donc } v^{(2/3)} = 0{,}01\text{)}$$
$$\rho \simeq 0{,}1\ \mu = 10^{-5} \text{ cm.}$$

Pour les trois cas, nous avons :

cas 1. $$H_c = \frac{(3{,}14)(0{,}01)(0{,}12)}{(2{,}6)(500)(10^{-5})} = 0{,}3 \text{ Oe.}$$

cas 2. $$H_c = \frac{(3{,}14)\ (0{,}01)\left[(0{,}12) + \frac{4\ (500)^2\ 10^{-5}}{3}\right]}{(2{,}6)(500)(10^{-5})} \simeq 8 \text{ Oe}$$

cas 3. $$H_c = \frac{(0{,}12)(0{,}01)(27{,}3)}{2(2{,}6)(500)(10^{-5})} \simeq 1{,}4 \text{ Oe}$$

Nous savons, en fait, que pour ces ferrites de manganèse-zinc, la valeur du champ coercitif se situe aux alentours de 100 mOe. Le premier cas ci-dessus est strictement hypothétique : il faut que l'on tienne compte du champ démagnétisant. Par contre, dans les deux derniers cas nous voyons bien que les structures secondaires sont aussi bien responsables d'une diminution du champ coercitif que de l'énergie libre totale.

Dans le troisième cas, l'on trouve encore une valeur de H_c d'un ordre de grandeur trop important parce que le calcul repose sur une répartition régulière des inclusions sur un réseau, ce qui renforce les effets de celles-ci. Si la répartition n'était pas régulière, il pourrait y avoir des compensations.

IV - 7 DETERMINATION DU PARAMETRE A RELIANT LES PARAMETRES MESURES μ_i, H_c, M_s.

On exprime souvent la perméabilité initiale μ_i par :

$$\mu_i = A \frac{M_s}{H_c} \qquad (IV-42)$$

où A est un paramètre sans dimensions que nous nous proposons de déterminer.

La perméabilité initiale est définie (eq. IV-7):

$$\mu_i \simeq 4 \pi \chi_i = \frac{16 \pi M_s^2 S_t^2 \langle \cos^2 \phi \rangle}{\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right)_0} \qquad (IV-43)$$

où S_t est la surface totale des parois par unité de volume,
F est l'énergie totale des parois de surface S_t ;

Nous avons en outre la définition du champ coercitif d'après les équations IV-1 et IV-2. En faisant le rapport entre ces expressions, nous aboutissons à :

$$\frac{\mu_i H_c}{M_s} = 8 \pi S_t \langle \cos^2 \phi \rangle \sqrt{\left\langle \frac{1}{\cos^2 \phi} \right\rangle} \frac{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_{max}}{\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right)_0} \qquad (IV-44)$$

Le membre de droite de cette équation se divise en trois facteurs :

1°) $8\pi S_t$, la partie due aux dimensions des domaines,

2°) $< \cos^2 \phi > < \frac{1}{\cos^2 \phi} >$, la partie due à la distribution des phases,

3°) $(\frac{\partial F}{\partial x})_{max} / (\frac{\partial^2 F}{\partial x^2})_0$, la partie due à la mobilité des parois.

Mais les équations IV-42 et IV-44 expriment la même relation ; il s'ensuit que :

$$A = 8\ \pi S_t < \cos^2 \phi > \sqrt{< \frac{1}{\cos^2 \phi} >}\ \frac{(\frac{\partial F}{\partial x})_{max}}{(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2})_0} \qquad \text{(IV-45)}$$

Les calculs des moyennes des fonctions trigonométriques s'effectuent sur la sphère.

Ces calculs mènent à : $< \cos^2 \phi > = 1/3$

$$< \frac{1}{\cos^2 \phi} > = 1$$

La relation IV-45 ainsi simplifiée devient :

$$A = \frac{8\ \pi}{3}\ S_t\ \frac{(\frac{\partial F}{\partial x})_{max}}{(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2})_0} \qquad \text{(IV-46)}$$

Examinons deux cas spécifiques, les cas 2 et 3 du paragraphe précédent, pour lesquels nous avons :

cas 2. $(\frac{\partial F_2}{\partial x})_{\substack{max \\ (x = \rho)}} = \frac{2\rho\pi\ S}{s^2}\ (\gamma + \frac{NM_s^2}{3}\rho)$

$$(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2})_0 = \frac{2\ \pi S}{s^2}\ (\gamma + \frac{NM_s^2}{3}\rho)$$

$$\text{d'où :} \quad \frac{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_{max}}{\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right)_0} = \rho \qquad \text{(IV-47)}$$

$$\text{cas 3.} \quad \left(\frac{\partial F_3}{\partial x}\right)_{\substack{max \\ (x=\rho)}} = \frac{4\gamma S}{s^2}\left(4\rho + 2\sqrt{2}\,\rho\right)$$

$$\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right)_0 = \frac{4\gamma S}{s^2}$$

$$\text{d'où :} \quad \frac{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_{max}}{\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right)_0} = 6{,}8\,\rho \qquad \text{(IV-48)}$$

Les expressions pour A que en résultent sont :

$$\text{cas 2.} \quad A = \frac{8\,\pi S_t\,\rho}{3} \qquad \text{(IV-49)}$$

$$\text{cas 3.} \quad A = \frac{54\,\pi S_t\,\rho}{3}$$

Si D est l'épaisseur d'un domaine, $S_t = 1/D$, et les équations IV-49 deviennent :

$$\text{cas 2.} \quad A = \frac{8\pi\rho}{3D}\,, \text{ d'où } \frac{\rho}{D} = \frac{3A}{8\pi} \qquad \text{(IV-50)}$$

$$\text{cas 3.} \quad A = \frac{54\pi\rho}{3D}\,, \text{ d'où } \frac{\rho}{D} = \frac{3A}{54\pi}$$

Dans tous nos cas expérimentaux, A est de l'ordre de l'unité donnant ainsi, dans une première approximation,

$$\text{cas 2.} \quad \frac{\rho}{D} \simeq \frac{1}{8} \qquad \text{(IV-51)}$$

$$\text{cas 3.} \quad \frac{\rho}{D} \simeq \frac{1}{54}$$

Pour les porosités intragranulaires, ces ordres de grandeurs sont bien plausibles. Nous avons ainsi montré la signification physique du paramètre A. dans le cas où la perméabilité et le champ coercitif sont dus à des inclusions.

IV - 8 REPARTITION EN DOMAINES PAR EFFET DE CHARGES LIBRES

Considérons un cristal limité par deux plans, perpendiculaires à la direction de facile aimantation, que nous prendrons comme axe Oz. Nous décomposerons ce cristal en domaines par une série de plans alternativement distants de (D + a) et de (D - a) et parallèle à yOz comme il est représenté sur la figure IV-6. L'aimantation est uniforme dans les différents domaines ; elle a pour composantes : $M_x = M_y = 0 \quad M_z = \pm M_s$

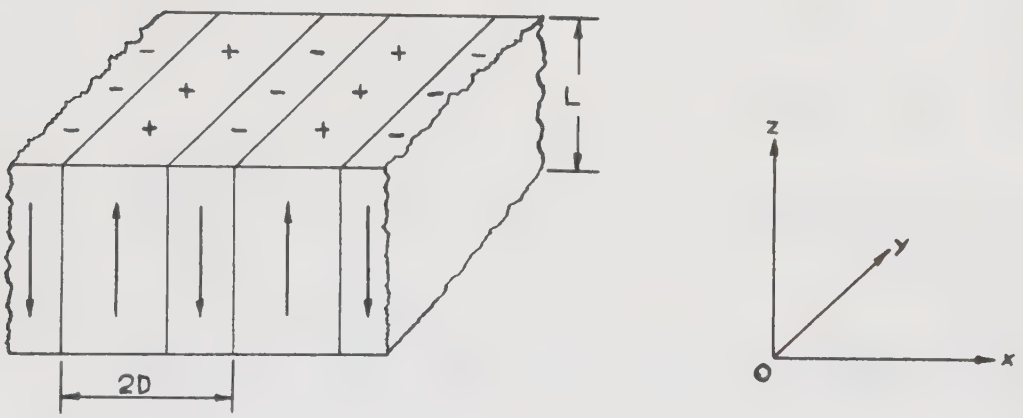


figure IV-6 Répartition en domaines et apparition des charges magnétiques apparentes.

Il apparaît ainsi sur les deux plans qui limitent le cristal et qui sont supposés éloignés l'un de l'autre d'une distance très supérieure à D, une répartition superficielle de charges magnétiques apparentes :

$$\sigma(x,y) = M_s\, f_a\left(\frac{x}{D}\right) \qquad \text{(IV-52)}$$

où $f_a(\frac{x}{D})$ est la fonction "créneaux" dissymétrique (figure IV-7) dont la décomposition en série de Fourier est :

$$f_a\left(\frac{x}{D}\right) = \frac{a}{D} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\frac{n\pi x}{D} + B_n \sin\frac{n\pi x}{D} \qquad \text{(IV-53)}$$

avec : $A_n = \frac{2(-1)^n}{n\pi} \sin\frac{n\pi a}{D}$

$$B_n = \frac{2}{n\pi}\left(1 - (-1)^n \cos\frac{n\pi a}{D}\right) \qquad \text{(IV-54)}$$

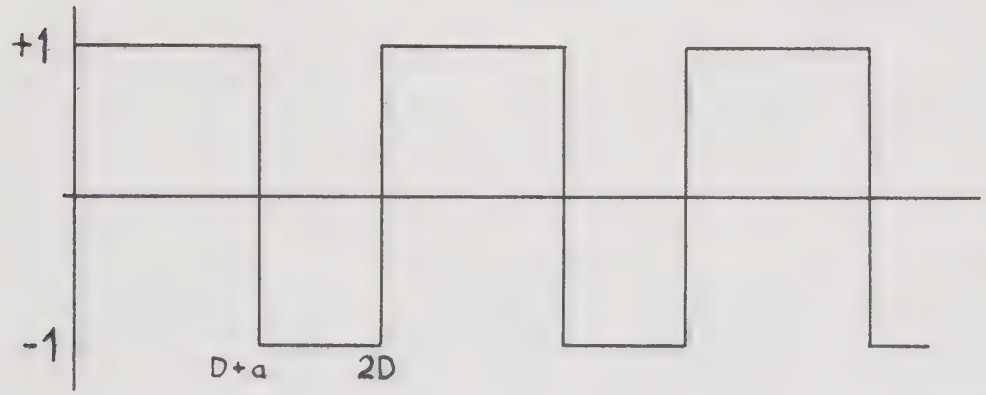


figure IV-7 Fonction représentant la répartition des charges magnétiques

Cette répartition de charges produit au voisinage de la surface un champ qui, par raison de symétrie, est parallèle à Oz, et est une fonction de x et de z. Soit $\vec{H}$ ce champ. L'énergie magnétique liée à la surface de discontinuité de l'aimantation a pour expression :

$$f_m = -\frac{1}{2}\int_V \vec{M}.\vec{H}\, dv \qquad \text{(IV-55)}$$

Choisissons comme plan xOy la surface limitant le cristal. On a :

$$H_z(z=0) = -2\pi M_z(x) = -2\pi M_s f_a\left(\frac{x}{D}\right) \qquad \text{(IV-56)}$$

H_z doit satisfaire à l'équation $\Delta H_z = 0$, et son expression s'écrit :

$$H_z(x,z) = -2\pi M_s \left[\frac{a}{D} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_n \cos\left(\frac{n\pi x}{D}\right) \exp\left(\frac{n\pi z}{D}\right) + B_n \sin\left(\frac{n\pi x}{D}\right) \exp\left(\frac{n\pi z}{D}\right)\right)\right] \qquad \text{(IV-57)}$$

d'où l'expression de l'énergie par unité de surface :

$$\gamma_m = -\frac{1}{4D} \int_{x=0}^{x=2D} \int_{z=0}^{z=-\infty} H_z(x,z) M_z(x)\, dx dz \qquad \text{(IV-58)}$$

Tous calculs faits, on trouve :

$$\gamma_m = \pi M_s^2 \left(\frac{a^2}{D^2}\right) L + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 M_s^2 D}{n^3 \pi^2} \left[\sin^2\left(\frac{n\pi a}{D}\right) + \left(1-(-1)^n \cos\frac{n\pi a}{D}\right)^2\right] \qquad \text{(IV-59)}$$

$$= \pi M_s^2 \left(\frac{a^2}{D^2}\right) L + \frac{4 M_s^2 D}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1 - (-1)^n \cos\frac{n\pi a}{D}}{n^3} \right] \qquad \text{(IV-60)}$$

Il est à remarquer ici qu'en ce qui concerne le terme constant, on a intégré en z de 0 à L (hauteur du cristal) au lieu de 0 à l'infini.

Pour a = 0, on obtient le résultat connu :

$$\gamma_m(0) = \frac{8}{\pi^2} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^3} \right] M_s^2 D \qquad \text{(IV-61)}$$

Ce résultat n'est valable que si les deux surface limitant le cristal sont assez éloignées pour que le champ créé par la distribution de charge d'un plan soit pratiquement nul sur l'autre plan. Si le cristal est trop mince ou si la dissymétrie entre les domaines est trop grande, les formules établies ne sont plus correctes, la notion d'énergie superficielle disparaît pour faire place à l'énergie volumique. La formule IV-60 fournit une valeur correcte de l'énergie pour a = D, c'est l'énergie d'une plaque mince aimantée perpendiculairement à sa surface.

Nous allons maintenant calculer la décomposition simple en domaines d'un monocristal ayant la forme d'une plaque d'épaisseur L, la direction d'aimantation étant perpendiculaire à son plan. Nous allons le décomposer en domaines parallélépipédiques d'épaisseur D. L'énergie magnétique par unité de volume est :

$$F_m = \frac{2\,\gamma_m\,(0)}{L} = 1{,}71\ \frac{M_s^{\,2} D}{L} \qquad \text{(IV-62)}$$

Il y a 1/D parois par unité de longueur et dont la surface individuelle est égale à l'unité. L'énergie nécessaire pour créer ces parois vaut :

$$F_p = \frac{1}{D}\,\gamma_p \qquad \text{(IV-63)}$$

L'épaisseur D doit minimiser l'énergie totale :

$$F = F_m + F_p = \left(1{,}71\ \frac{M_s^{\,2} D}{L} + \frac{1}{D}\ \gamma_p\right) \qquad \text{(IV-64)}$$

Soit :

$$D = \sqrt{\frac{\gamma_p\ L}{1{,}71\ M_s^{\,2}}} \qquad \text{(IV-65)}$$

Considérons maintenant une paroi de surface S séparant deux domaines aimantés à 180° faisant un angle ϕ avec le champ $\vec{H}$. Soit $F_m(x)$ l'énergie de cette paroi :

$$F_m(x) = \frac{2\,\gamma_m(x)}{L} \qquad \text{(IV-66)}$$

avec $\gamma_m(x)$ donné par l'équation IV-60, expression dans laquelle on a remplacé a par x.

Le calcul de la susceptibilité initiale utilise la valeur de la dérivée seconde de l'énergie à l'équilibre ; on obtient, tous calculs faits :

$$\left(\frac{\partial^2 F_m(x)}{\partial x^2}\right)_{x=0} = \frac{4\pi M_s^2}{D^2} + \frac{4M_s^2}{DL} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \qquad \text{(IV-67)}$$

Mais $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} = -\text{Log } 2$, nous donnant ainsi :

$$\left(\frac{\partial^2 F_m(x)}{\partial x^2}\right)_{x=0} = \frac{4\pi M_s^2}{D^2}\left(1 - \frac{D}{L}\frac{\text{Log } 2}{\pi}\right) \qquad \text{(IV-68)}$$

La susceptibilité initiale est donnée par :

$$\chi_i = \frac{4 M_s^2 S^2 \cos^2\phi}{\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right)_0} \qquad \text{(IV-7)}$$

S est la surface de paroi par unité de volume qui vaut S = 1/D. Ainsi on obtient en prenant $(\partial^2 F/\partial x^2)_0 \simeq (4\pi M_s^2/D^2)$:

$$\chi \simeq \frac{\cos^2\phi}{\pi} \qquad \text{(IV-69)}$$

Cette valeur est extrêmement faible et ne saurait convenir au problème qui nous occupe. Pourtant ce calcul n'est pas inutile car il permet d'introduire un cas réel de processus d'aimantation, celui où il y a continuité des domaines aux joints des grains (fig. IV-8)

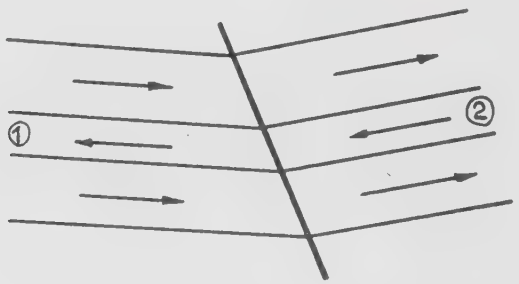


Figure IV-8 Continuité de l'aimantation aux joints des grains.

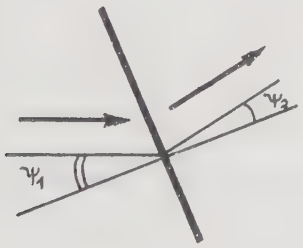
Dans ce cas, les modifications concernant le calcul précédent sont minimes. Il suffit de réduire la densité de charge libre qui devient :

$$\sigma(x,y) = \varepsilon M_s f_a \left(\frac{x}{D}\right) \qquad \text{(IV-70)}$$

et pour la perméabilité moyenne :

$$\mu \simeq \frac{4}{3\varepsilon} \qquad \text{(IV-71)}$$

La signification physique de ε est celle des charges fictives. Ces dernières sont produites par la discontinuité de l'aimantation aux joints de grains (fig. IV-9) :

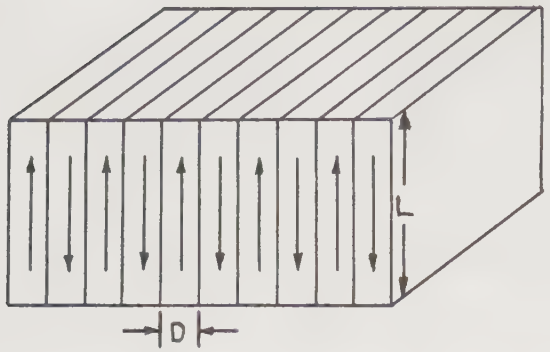


$$\varepsilon = |\overline{\cos \psi_1 - \cos \psi_2}|$$

figure IV - 9 Définition des angles ψ_1 et ψ_2 par rapport à la normale à la paroi.

Dans le cas où il n'y a pas de prismes de fermetures il faut donc peu de défauts pour obtenir une grande perméabilité.

IV-9 MECANISME D'AIMANTATION REVERSIBLE



Considérons un monocristal ayant la forme d'une plaque d'épaisseur L, décomposé en domaines comme le montre la figure. L'énergie libre totale par unité de volume de ce cristal décomposé en domaines d'épaisseur D (en moyenne), sous un champ magnétique $\vec{H}$ s'écrit : (énergie libre macroscopique) :

$$F = \frac{\gamma_{180}}{D} + K_f \frac{D}{2L} + K_d \frac{x^2}{DL} + K_i \frac{x^2}{\rho L} - 2M_s \cos\phi \frac{x}{D} H \quad \text{(IV-72)}$$

La surface totale des parois par cm^3 vaut $S = 1/D$; ϕ est l'angle que fait le champ avec la direction de l'aimantation. x est le déplacement d'une paroi sous l'effet du champ. K_f, K_d, et K_i sont les énergies par unité de volume concernant respectivement les prismes de fermeture (ou les charges libres) déterminant la dimension des domaines, l'énergie de dispersion(apparition de charges libres par déplacement de parois) et l'énergie des inclusions (fonction d'opposition à courte distance).

L'équilibre est obtenu par les minima de $F_H(x,D)$. La résolution de cette équation pose quelques problèmes parce que x et D sont liés par H.

$$\left(\frac{\partial F}{\partial D}\right)_{\substack{H=0 \\ x}} = -\frac{1}{D^2}\left(\gamma_{180} + K_d \frac{x^2}{L}\right) + K_f \frac{1}{2L} \quad \text{(IV-73)}$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial D}\right)_{H=0} = 0 \quad \text{implique} \quad D = \sqrt{\frac{2\left(\gamma_{180} L + K_d x^2\right)}{K_f}} \quad \text{(IV-74)}$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right) = 2\left(\frac{K_d}{DL} + \frac{K_i}{\rho L}\right) x - 2M_s \cos\phi \frac{1}{D} H \quad \text{(IV-75)}$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right) = 0 \quad \text{donne :} \quad x = \frac{LM_s H \cos\phi}{K_d + \frac{D}{\rho} K_i} \quad \text{(IV-76)}$$

avec $M = \frac{2M_s}{D}(\cos\phi)x$ et $M = \chi H$, nous avons :

$$\chi = \frac{2LM_s^2 \cos^2\phi}{D\left(K_d + \frac{D}{\rho} K_i\right)} \quad \text{(IV-77)}$$

et pour D :

$$D \simeq \sqrt{\frac{2}{K_f}\left[\gamma_{180} L + \frac{K_d L^2 M_s^2 H^2 \cos^2 \phi}{(K_d + \frac{D_o}{\rho} K_i)^2}\right]} \qquad \text{(IV-78)}$$

on a à peu de chose près H_c lorsque $x = \rho$:

$$(K_d + \frac{D_o}{\rho} K_i) \simeq \frac{L}{\rho} M_s H_c \cos \phi \qquad \text{(IV-79)}$$

On peut simplifier l'expression pour D :

$$D \simeq \sqrt{\frac{2}{K_f}\left[\gamma_{180} L + K_d \rho^2 (\frac{H^2}{H_c^2})\right]} \qquad \text{(IV-80)}$$

Finalement on trouve :

$$\chi = \frac{2\rho}{3D} \frac{M_s}{H_c} \qquad \text{(IV-81)}$$

En tenant compte de la variation de D avec H, on peut écrire formellement :

$$\mu = \frac{\mu_o}{\sqrt{1 + a(\frac{H}{H_c})^2}} \qquad \text{(IV-82)}$$

a est une constante caractéristique du matériau que nous n'interprêterons pas quantativement vu la complexité du problème et l'ignorance des processus réels d'aimantation. On a enfin pour l'expression simplifiée :

$$\mu \simeq \mu_o - \frac{a}{2} (\frac{H}{H_c})^2 \qquad \text{(IV-83)}$$

Nous avons donc montré dans ce paragraphe que l'on peut attribuer la diminution de la perméabilité réversible à partir de l'origine, à une variation du volume moyen des domaines.

CHAPITRE V - INFLUENCE DES CONTRAINTES MECANIQUES

V - 1 INFLUENCE D'UNE CONTRAINTE UNIAXIALE SUR LA MOBILITE DES PAROIS

Pour étudier l'influence d'une contrainte uniaxiale sur la perméabilité, on raisonne d'une part en champ d'anisotropie, et d'autre part on introduit une énergie "de polarisation" due aux déplacements des parois sous l'action de la contrainte. Ce champ de polarisation résulte du champ de dispersion de Néel. Une contrainte uniaxiale n'a pas d'effet sur l'énergie des domaines à 180° car leur énergie est représentée par une fonction quadratique de leurs cosinus directeurs. Néanmoins on se sert d'un champ fictif pour effectuer des déplacements virtuels, en moyenne nuls, des parois. Le champ d'anisotropie H_A traduit l'effet magnétique d'une contrainte extérieure ; autrement dit, l'énergie de ce champ représente l'énergie de l'effet inverse de la magnétostriction. L'énergie de polarisation est la partie de l'énergie interne qui est due aux déplacements des parois par rapport à leur position à l'équilibre. Le problème qui se pose est l'évaluation de cette énergie interne. Du point de vue formel, cette énergie est une self-énergie si bien qu'elle est proportionnelle au carré du déplacement des parois.

Appelons F_s l'énergie libre par unité de surface de paroi. Elle s'écrit :

$$F_s = - \delta_p |\Delta K| \cos\left(\frac{2\pi x}{D}\right) + Ax^2 - 2 M_s H_A x \qquad (V\text{-}1)$$

Le premier terme correspond aux fluctuations des tensions internes, comme l'a déjà indiqué Kersten. Le deuxième terme représente l'énergie de polarisation dont il est question plus haut. Le dernier terme est l'énergie du champ d'anisotropie.

L'évaluation de la constante A de l'énergie de polarisation s'effectue en supposant que pour $|\Delta K| = 0$, l'équilibre s'établit pour $x = \frac{D}{2}$. Dans ce cas là, les parois se sont déplacées

de façon à ce que le cristallite devienne monodomaine.

On obtient pour $x = \frac{D}{2}$ et $|\Delta K| = 0$:

$$\left(\frac{\partial F_s}{\partial x}\right)_{\Delta K = 0} = 2Ax - 2M_s H_A$$

d'où : $A = \frac{2M_s H_A}{D}$ (V-2)

En développant l'équation (V-1)

$$F_s = -\delta_p |\Delta K| \cos\left(\frac{2\pi x}{D}\right) + \frac{2M_s H_A}{D} x^2 - 2M_s H_A x \qquad (V-3)$$

d'où :

$$\left(\frac{\partial F_s}{\partial x}\right) = |\Delta K| \frac{2\pi}{D} \delta_p \sin\left(\frac{2\pi x}{D}\right) + \frac{4M_s H_A}{D} x - 2M_s H_A \qquad (V-4)$$

Cette expression est nulle à l'équilibre. Si la pression est faible, le déplacement x_A l'est aussi et il est égal à :

$$x_A \simeq \frac{2M_s H_A}{|\Delta K| \left(\frac{2\pi}{D}\right)^2 \delta_p + \frac{4M_s H_A}{D}} \qquad (V-5)$$

Par contre, pour une forte pression, le déplacement est important, et $\sin(2\pi x/D) \simeq 0$ ainsi que :

$$x_A \simeq \frac{D}{2} \qquad (V-6)$$

La dérivée seconde de l'équation (V-3) vaut :

$$\left(\frac{\partial^2 F_s}{\partial x^2}\right)_{x_A} = |\Delta K| \left(\frac{2\pi}{D}\right)^2 \delta_p \cos\left(\frac{2\pi x_A}{D}\right) + \frac{4M_s H_A}{D} \qquad (V-7)$$

Pour $(2\pi x_A/D) \simeq 0$, on a :

$$\left(\frac{\partial^2 F_s}{\partial x^2}\right)_{x_A} = |\Delta K| \left(\frac{2\pi}{D}\right)^2 \delta_p + \frac{4M_s H_A}{D} \qquad (V\text{-}8)$$

L'équation (IV-7) pour la susceptibilité initiale s'écrit :

$$\langle \chi_i \rangle = \frac{4M_s^2 S_t^2 \langle \cos^2 \phi_i \rangle}{\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right)_{x_o}}$$

Compte tenu de l'équation (V-8) et avec $F = F_s S_t$ et $\frac{1}{D} = S_t$:

$$\langle \chi_i \rangle = \frac{4M_s^2 S_t^2 \langle \cos^2 \phi_i \rangle}{S_t\left(|\Delta K| \left(\frac{2\pi}{D}\right)^2 \delta_p + \frac{4M_s H_A}{D}\right)} \qquad (V\text{-}9)$$

$$\left\langle \frac{1}{\chi_i} \right\rangle = \frac{\pi^2}{D} \frac{\delta_p |\Delta K|}{M_s^2 \langle \cos^2 \phi_i \rangle} + \frac{H_A}{M_s \langle \cos^2 \phi_i \rangle} \qquad (V\text{-}10)$$

Nous allons discuter cette formule établie à quelques détails près de moyennes dues aux distributionx des directions réciproques de la tension et du champ. Premièrement, en ce qui concerne le champ d'anisotropie : pour un cristal cubique l'énergie de l'effet inverse de la magnétostriction s'écrit :

$$W_{me} = -\frac{3}{2} \lambda_{100} \sigma(\alpha_1^2 \gamma_1^2 + \alpha_2^2 \gamma_2^2 + \alpha_3^2 \gamma_3^2) \qquad (II\text{-}39)$$

$$- 3\lambda_{111} \sigma(\alpha_1 \alpha_2 \gamma_1 \gamma_2 + \alpha_2 \alpha_3 \gamma_2 \gamma_3 + \alpha_3 \alpha_1 \gamma_3 \gamma_1)$$

où les α_i sont les cosinus directeurs de l'aimantation, et les γ_i, les cosinus directeurs de la tension σ. Pour la direction [111] de l'aimantation on a :

$$W_{me} = -\frac{1}{2}\lambda_{100}\,\sigma - \lambda_{111}\sigma\,(\gamma_1\gamma_2 + \gamma_2\,\gamma_3 + \gamma_3\,\gamma_1) \qquad (V\text{-}11)$$

$$= -\frac{1}{2}(\lambda_{100} - \lambda_{111})\sigma - \frac{3}{2}\lambda_{111}\sigma\cos^2\theta\ , \qquad (V\text{-}12)$$

θ étant l'angle entre la tension σ et la direction de facile aimantation [111].

L'équation (12) nous donne pour l'énergie du champ d'anisotropie :

$$M_s H_A = \frac{1}{2}[(\lambda_{100} - \lambda_{111})\sigma] + \frac{3}{2}\lambda_{111}\,\sigma\cos^2\theta \qquad (V\text{-}13)$$

Il faut examiner maintenant la relation entre ϕ et θ. Dans le cas du tore et de la pression uniaxiale, la tension σ est perpendiculaire au champ magnétique appliqué H. La figure V - 1 montre le système des coordonnées et des angles.

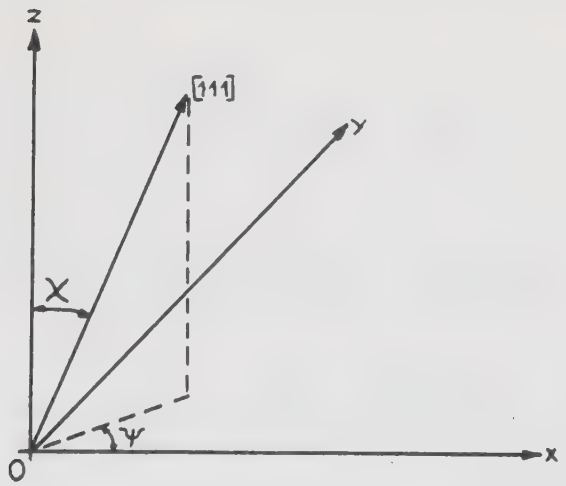


Fig. V-1 Système des coordonnées et des angles

$$Ox \equiv \vec{H}$$
$$Oz \equiv \sigma \qquad (V\text{-}14)$$
$$\chi \equiv \theta$$

$\phi \equiv \mathrm{Arccos}(\sin\chi\cos\psi)$, avec les conditions suivantes :

$0 < \chi < \pi$

$0 < \psi < 2\pi$

Nous considérons une sphère centrée sur l'origine O :

$$d\Omega = \sin\chi \, d\chi \, d\psi$$

$$\text{et} \quad \frac{d\Omega}{4\pi} = f(\chi, \psi) \, d\chi d\psi \qquad \text{(V-15)}$$

Nous calculons maintenant la moyenne $\langle \cos^2 \chi \rangle$ sur la surface de la sphère :

$$\langle \cos^2 \chi \rangle = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \cos^2\chi \, \sin\chi \, d\chi \, d\psi = \frac{1}{3} \qquad \text{(V-16)}$$

En développant la formule (V-9) avec (V-13) il s'ensuit que :

$$\langle \chi_i \rangle = \left\langle \frac{A \cos^2 \phi_i}{B + C \cos^2\theta} \right\rangle \qquad \text{(V-17)}$$

avec:

$$A = 4 M_s^2 S'_t$$

$$B = |\Delta K| \left(\frac{2\pi}{D}\right)^2 \delta_p + \frac{2}{D} (\lambda_{100} - \lambda_{111}) \sigma$$

$$C = \frac{6}{D} \lambda_{111} \sigma$$

et avec les identités de la figure V-1:

$$\langle \chi_i \rangle = \left\langle \frac{A \sin^2\chi \cos^2 \psi}{B + C \cos^2 \chi} \right\rangle$$

$$= \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{A \sin^2\chi \cos^2\psi \sin\chi \, d\chi d\psi}{B + C \cos^2}$$

$$= \frac{\pi}{4\pi} \int_0^{\pi} \left(\frac{A \sin^3\chi \, d\chi}{B + C \cos^2\chi}\right) \qquad \text{(V-18)}$$

En utilisant le changement de variables $u = \cos\chi$; $du = -\sin\chi \, d\chi$, le résultat de ce calcul est le suivant :

$$\langle \chi_i \rangle = \frac{1}{4} \int_{-1}^{+1} \frac{A(1 - u^2)du}{B + Cu^2}$$

$$= \left[\frac{A}{4\sqrt{BC}} \left(1 + \frac{B}{C}\right) \mathrm{Arctg} \sqrt{\frac{C}{B}}\, u - \frac{A}{4C}\, u \right]_{-1}^{+1}$$

$$= \frac{A}{2} \frac{1}{\sqrt{BC}} \left(\frac{B + C}{C}\right) \mathrm{Arctg} \sqrt{\frac{C}{B}} - \frac{A}{2C} \qquad (V - 19)$$

Cette équation donne donc la valeur moyenne de la susceptibilité en tenant compte d'une contrainte uniaxiale extérieure représentée par un champ d'anisotropie H_A. La formule (V-10) montre un effet intéressant, à savoir l'indépendance de la sensibilité magnétoélastique avec le champ magnétique appliqué. Cette formule contient deux termes : le premier traduit l'existence de la perméabilité réversible en l'absence de contraintes. Ce terme est notamment fonction de l'amplitude des fluctuations de l'énergie interne, ΔK, et des épaisseurs δ_p des parois et D des domaines. En ce qui concerne le second terme, il y apparait le champ fictif H_A qui traduit la pression appliquée.

On peut donc en déduire, grâce à cette théorie essentiellement phénoménologique, d'une part la linéarité de $1/\langle \chi_i \rangle$ avec la contrainte uniaxiale et d'autre part l'insensibilité du deuxième terme au champ magnétique. Nous avons vérifié expérimentalement ces deux constatations prévues par la théorie.

Nous allons examiner la formule (V-18) dans le cas d'une faible pression :

L'équation (V-18) devient : $\langle \chi_i \rangle = \frac{1}{4} \int_0^{\pi} \frac{A \sin^3 \chi \, d\chi}{B}$

$$\langle \chi_i \rangle = \frac{1}{4} \left[- \frac{A \cos\chi \sin^2 \chi}{B} \right]_0^{\pi} + \frac{1}{4} \int_0^{\pi} \frac{2A \cos^2 \chi \sin \chi \, d\chi}{B}$$

d'où $\langle \chi_i \rangle = \frac{1}{2} \frac{A}{B} \int_{-1}^{+1} u^2 \, du$

$$= \frac{1}{2} \frac{A}{B} \left[\frac{u^3}{3} \right]_{-1}^{+1}$$

et enfin $\langle \chi_i \rangle = \frac{1}{3} \frac{A}{B}$ (V-20)

La sensibilité magnétoélastique s'écrit ainsi :

$$S.M. = \frac{3}{8\pi} \left(\frac{\lambda_{100} - \lambda_{111}}{M_s^2} \right)$$

Il faut multiplier par 2 la sensibilité magnétoélastique expérimentale du fait que l'on n'a appliqué la force que sur la moitié du tore.

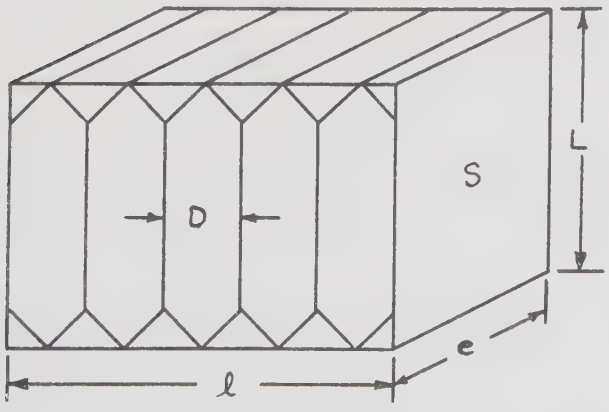
Une étude statistique sur les tores 2003 nous donne pour valeur expérimentale : $3,9\ 10^{-6}\ cm^2/Kgf = 3,9.10^{-12} cm^2/$ dyne

$$\text{d'où } \lambda_{100} - \lambda_{111} \simeq \frac{(3,9.10^{-6})(8\pi)\ (500^2)10^{-6}}{3}$$

$$\simeq 8,15.10^{-6} \quad \text{valeur acceptable}$$

V-2 ACTION DES CONTRAINTES SUR LA DECOMPOSITION EN DOMAINES

Nous voulons maintenant montrer l'influence des contraintes sur la décomposition en domaines. Supposons que nous ayons le cas d'un cristal parallélépipédique décomposé comme l'indique la figure V-2



S = Le

s = la surface d'une paroi

Fig. V-2 Décomposition en Domaines

L'énergie libre totale s'écrit :

$$F = nL e\gamma + n \frac{D^2 e}{2} K \qquad (V\text{-}21)$$

où le premier terme est l'énergie des parois à 180°, le deuxième terme, l'énergie des prismes de fermeture. Avec nD = l, l'équation V-21 devient :

$$nL e\gamma + \frac{l^2 eK}{2n} = F \qquad (V\text{-}22)$$

et à l'équilibre on a :

$$\frac{\partial F}{\partial n} = L e\gamma - \frac{l^2 eK}{2n^2} = 0$$

$$\text{d'où : } n^2 = \frac{l^2 eK}{2\, L e\gamma} = \frac{l^2 K}{2L\gamma} \qquad (V\text{-}23)$$

Mais $D = \frac{l}{n}$, et donc :

$$\frac{l}{n} = \sqrt{\frac{2\, L\gamma}{K}} \qquad (V\text{-}24)$$

Calculons maintenant l'énergie nécessaire pour diminuer de deux le nombre de parois ; c'est-à-dire, n' = n - 2. On a :

$$n^2 - n'^2 = n^2 - (n - 2)^2 = 4(n - 1) \qquad (V\text{-}25)$$

4(n - 1) est donc proportionnel à la différence de l'énergie F(n) - F(n - 2) = ΔK :

$$n^2 - n'^2 = 4(n - 1) = \frac{l^2\, \Delta K}{2\, L\gamma} \qquad (V\text{-}26)$$

Dans le cas où le nombre de parois est important, $4(n - 1) \simeq 4n$ et compte tenu de (V-23) :

$$\Delta K \simeq \frac{8 L\gamma}{l^2}\, n = \frac{8}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{L\gamma}{l^2}}\, \sqrt{K} \qquad (V\text{-}27)$$

Cette différence d'énergie vaut $\frac{3}{2}\lambda\sigma$ si nous l'attribuons à une contrainte mécanique qui vaut σ. Si l'aimantation est dans la direction [111], on a d'après l'équation (III-27) :

$W_{cm} = K = C_{44} \quad \lambda_{111}^{2}$. En développant l'équation (V-27)

$$\frac{3}{2}\lambda_{111}\sigma = \frac{8}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{L\gamma}{l^2}} \sqrt{C_{44}\ \lambda_{111}^{2}}, \qquad \text{(V-28)}$$

et si l = L :

$$\frac{3}{2}\sigma = \frac{8}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\gamma}{l}}\ \sqrt{C_{44}}, \qquad \text{(V-29)}$$

Pour : $\gamma \simeq 0{,}12$ erg/cm^2,
$C_{44} \simeq 10^{12}$ dyne/cm^2,
$L = l = 10\ \mu = 10^{-3}$ cm.

La valeur de σ pour laquelle n diminue de 2 est σ^* qui vaut :

$$\sigma^* = \frac{16}{3\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\gamma}{l}}\ \sqrt{C_{44}}$$

$$= 41.10^6 \text{ dyne/cm}^2 = 41 \text{ kgf/cm}^2$$

CHAPITRE VI - SIGNIFICATION PHÉNOMÉNOLOGIQUE DE LA PERMÉABILITÉ ALTERNATIVE

VI - 1 L'OSCILLATEUR A SELF NON-LINEAIRE

La perméabilité alternative étant déterminée par une mesure de fréquence d'un oscillateur, il est impératif de trouver la signification de cette perméabilité. Nous voudrions savoir à quelle partie remarquable du cycle d'hystérésis il faut la relier. On prend un circuit RLC classique et on introduit des modifications pour tenir compte de l'inductance non-linéaire. Nous avons un système classique du deuxième ordre : (fig.VI-1a)

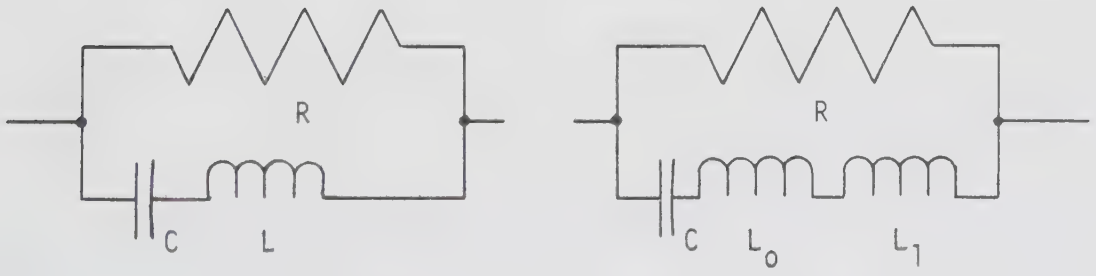
$$L \frac{d^2I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} I = 0 \qquad (VI - 1)$$

La solution est de la forme $I = I_o e^{i\omega t} e^{\alpha t}$ (VI - 2)

En effectuant les calculs, il s'ensuit que :

$$\alpha = -\frac{R}{2L} \qquad (VI - 3)$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2} \qquad (VI - 4)$$



(a) système classique

(b) système avec inductance non-linéaire

Fig. VI-1

En série avec une inductance à air, nous ajoutons une inductance non-linéaire (fig. VI-1 (b)). Le champ magnétique alternatif H étant proportionnel au courant alternatif I, et l'induction B au produit LI, nous

avons maintenant pour équation différentielle :

$$L_o \frac{d^2H}{dt^2} + L_1 \frac{d^2B}{dt^2} + R_o \frac{dH}{dt} + \frac{1}{C} H = 0 \qquad (VI - 5)$$

L_o est la self à air, L_1 est la self à air équivalente du tore.

Le problème posé est de résoudre l'équation (VI-5) connaissant la relation qui relie B à H. Pour cela, on effectue la décomposition en série de Fourier de B, H étant décrit par $H = H_m \cos \omega t$ (VI - 6)

Il s'ensuit pour B,

$$B = \mu_{alt} H_m \cos \omega t + \ldots \qquad (VI - 7)$$

Il suffit de prendre le premier terme puisque, à la distorsion près, on ne mesure qu'une fréquence de l'oscillateur: la fréquence ω.

VI - 2 CALCUL DE LA PERMEABILITE ALTERNATIVE DANS LE CAS OU L'AIMANTATION EST DECRITE PAR UNE EXTENSION DE LA LOI DE RAYLEIGH

On part de la définition classique de la loi de Rayleigh, en y ajoutant un terme supplémentaire pour mieux approcher la réalité :

$$M = M' + \chi_i (H - H') \pm \frac{\alpha}{2} (H - H')^2 + \frac{\beta}{6} (H - H')^3 \qquad (VI - 8)$$

Cette équation est évidemment un développement de M en fonction des puissances croissantes de H. Les termes de degré impair correspondent aux phénomènes réversibles, les termes pairs aux phénomènes irréversibles. Le signe plus correspond au cas où $H > H'$, le signe moins au cas où $H < H'$.

Pour les branches montantes et descendantes du cycle nous avons les relations suivantes (fig. VI - 2):

(a) branche montante

$$M' = - M_m$$
$$H' = - H_m$$

(b) branche descendante

$$M' = + M_m \qquad (VI - 9)$$
$$H' = + H_m$$

D'après l'équation VI-8 et les relations suivantes, nous trouvons pour M_m :

Pour $H = + H_m$, $M = M_m$ et :

$$M_m = \chi_i H_m + \alpha H_m^2 + \frac{2}{3} \beta H_m^3$$

Pour $H = -H_m$, $M = - M_m$ et :

$$M_m = \chi_i H_m + \alpha H_m^2 + \frac{2}{3} \beta H_m^3 \quad (VI-10)$$

En développant les équations VI-8 et VI-10, il s'ensuit que :

$$M = - \frac{\alpha H_m^2 + \beta H_m^3}{2} + (\chi_i + \alpha H_m + \frac{\beta}{2} H_m^2) H + (\frac{\alpha + \beta H_m}{2}) H^2 + \frac{\beta}{6} H^3$$

$$M = \frac{\alpha H_m^2 + \beta H_m^3}{2} + (\chi_i + \alpha H_m + \frac{\beta}{2} H_m^2) H - (\frac{\alpha + \beta H_m}{2}) H^2 + \frac{\beta}{6} H^3 \qquad (VI - 11)$$

L'aimantation rémanante se calcule facilement pour $H = 0$:

$$M_r = - \frac{\alpha H_m^2 + \beta H_m^3}{2}$$

$$M_r = \frac{\alpha H_m^2 + \beta H_m^3}{2} \qquad (VI - 12)$$

La susceptibilité est définie par la relation $\chi = \frac{M}{H}$, l'induction B par $B = \mu H = (1 + 4 \pi \chi) H$ (VI - 13)

D'après l'équation VI-11 :

$$\chi = \frac{M}{H} = (\chi_i + \alpha H_m + \frac{\beta}{2} H_m^2) \pm (\frac{\alpha + \beta H_m}{2}) H + \frac{\beta}{6} H^2 \mp (\frac{\alpha H_m^2 + \beta H_m^3}{2H}) \qquad (VI - 14)$$

En développant l'équation VI-13 avec les relations VI-14, nous avons pour les inductions descendantes et montantes B_1 et B_2 :

$$\left.\begin{matrix} B_1 \\ B_2 \end{matrix}\right\} = \mu_1 H \pm \frac{\Delta\mu_2}{H_m}(H_m^2 - H^2) + \frac{\Delta\mu_3}{H_m^2} H^3 \qquad \text{(VI - 15)}$$

avec les identités :

$$\mu_1 = 1 + 4\pi(\chi_i + \alpha H_m + \frac{\beta}{2} H_m^2) \qquad \text{(VI - 16)}$$

$$\Delta\mu_2 = 4\pi(\frac{\alpha H_m + \beta H_m^2}{2}) \qquad \text{(VI - 17)}$$

$$\Delta\mu_3 = 4\pi \frac{\beta H_m^2}{6} \qquad \text{(VI - 18)}$$

En prenant pour H,

$$H = H_m \cos(\frac{2\pi t}{T}) = H_m \cos \omega t \qquad \text{(VI - 19)}$$

Il s'ensuit que :

$$(\frac{B}{H_m}) = \mu_1 \cos \omega t \pm \Delta\mu_2 \sin^2 \omega t + \Delta\mu_3 \cos^3 \omega t$$

$$= \mu_1 \cos \omega t + \Delta\mu_3 \cos^3 \omega t - C(t)\, \Delta\mu_2 \sin^2 \omega t \qquad \text{(VI - 20)}$$

Dans l'équation VI-20, C(t) est la fonction crénaux, d'amplitude unité, dont le développement en série de Fourier est : (fig VI-3)

$$f(t) = C(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1,3,5\ldots} \frac{1}{n} \sin(\frac{2\pi n t}{T}) \qquad \text{(VI - 21)}$$

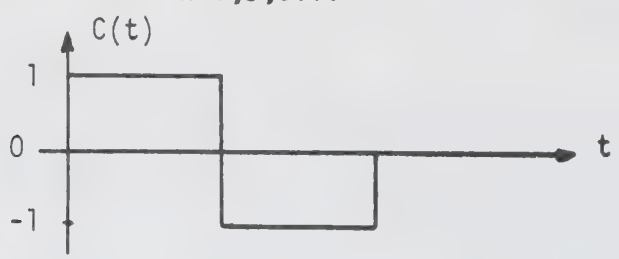


Fig. VI-3 La fonction crénaux

Le développement de l'équation VI-20 avec les identités trigonométriques convenables, conduit, tous calculs faits à :

$$\left(\frac{B}{H_m}\right) = \left(\mu_1 + \frac{3}{4}\Delta\mu_3\right)\cos\omega t + \frac{\Delta\mu_3}{4}\cos 3\omega t + \ldots$$

$$- \frac{8}{3\pi}\Delta\mu_2 \sin\omega t + \frac{8}{15\pi}\Delta\mu_2 \sin 3\omega t + \ldots \quad (VI - 22)$$

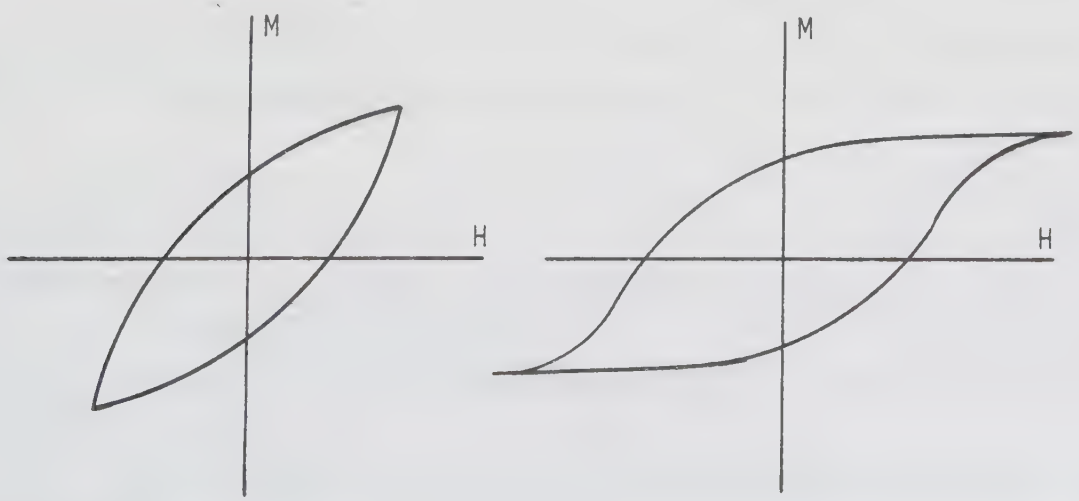
Les termes en cosinus sont les termes en phase avec le champ appliqué, les termes en sinus déphasés de $\frac{\pi}{2}$, correspondent aux pertes par hystérésis.

Le coefficient de $\cos\omega t$ représente la perméabilité alternative :

$$\mu_{alt} = \mu_1 + \frac{3}{4}\Delta\mu_3 \quad (VI - 23)$$

μ_1 correspond à la perméabilité différentielle autour de l'aimantation rémanante. Dans le domaine de Rayleigh, la perméabilité alternative se réduit à μ_1. De toute façon, nous voyons que la pente de la perméabilité alternative autour de l'origine permet la détermination de α. (éq. VI-16).

$\Delta\mu_3$ est un terme supplémentaire non-linéaire qui s'ajoute lorsqu'on sort du domaine de Rayleigh.



(a) Cycle de Rayleigh (b) Extension du cycle de Rayleigh

Fig. VI-2

VI - 3 CONFRONTATION AVEC L'EXPERIENCE

Nous avons d'après les équations (VI-16, 18 et 23) :

$$\mu_{alt} = 1 + 4\pi \left(\chi_i + \alpha H_m + \frac{5}{8} \beta H_m^2\right) \qquad \text{(VI - 24)}$$

Etant donné les hautes perméabilités, on néglige le facteur 1 dans cette équation. L'expérience nous permet d'écrire la perméabilité alternative par deux relations approchées : (voir paragraphe VIII-3)

$$\mu_{alt} = \mu_o + 4\pi \alpha_i H_m \qquad H < H_c \qquad \text{(VI - 25)}$$

$$\mu_{alt} = \mu_o + \Delta\mu_1 + 4\pi\alpha_\infty H_m \qquad H > Hc \qquad \text{(VI - 26)}$$

Ces deux droites représentent en première approximation les résultats expérimentaux comme le montre la figure VIII-4. Calculons la pente de l'équation VI-24, et évaluons-la à Hc :

$$\left(\frac{d\mu_{alt}}{dH_m}\right)_{H_c} = 4\pi\alpha + 4\pi \frac{10}{8} \beta H_c \qquad \text{(VI - 27)}$$

La partie droite de cette équation représente une droite tangente à la courbe de l'équation VI-24, évaluée au champ coercitif ; elle correspond donc à l'équation VI-26. Nous avons ainsi :

$$\alpha = \alpha_i \qquad \text{(VI - 28)}$$

et d'après les équations VI-27, 28 et 29 :

$$\alpha_\infty = \alpha_i + \frac{10}{8} \beta H_c \qquad \text{(VI - 29)}$$

L'équation VI-29 mène à :

$$\beta = \frac{\alpha_\infty - \alpha_i}{\frac{5}{4} H_c} \qquad \text{(VI - 30)}$$

Etant donné que $\alpha_\infty < \alpha_i$, nous voyons que β est négatif. Pour éliminer H_c de l'équation VI-30, déterminons le rapport entre $\Delta \mu_1$ de l'équation VI-26 et les paramètres de l'équation VI-24. On trouve :

$$4\pi \left(\alpha_i H_m + \frac{5}{8} \beta H_m^2 \right) = \Delta \mu_1 + 4\pi H_m \left(\alpha_i + \frac{5}{4} \beta H_c^2 \right) \qquad \text{(VI-31)}$$

En prenant $H_m = H_c$ on trouve :

$$\Delta \mu_1 = - 4\pi \frac{5}{8} \beta H_c^2 \qquad \text{(VI-32)}$$

Nous déduisons d'après les équations VI-30 et VI-32 :

$$\beta = - \frac{8\pi}{5} \frac{(\alpha_\infty - \alpha_i)^2}{\Delta \mu_1} \qquad \text{(VI-33)}$$

Pour la valeur du champ coercitif, les équations VI-30 et VI-33 nous donnent :

$$H_c = - \frac{\Delta \mu_1}{2\pi(\alpha_\infty - \alpha_i)} \qquad \text{(VI-34)}$$

Le tableau VIII-2 nous montre l'accord entre cette relation et l'expérience.

VI - 4 MODELES POUR LE CYCLE D'HYSTERESIS

La position de la paroi, en présence d'un champ magnétique, est déterminée par le gradient de l'énergie libre totale, dF/dx. Le champ magnétique agit à la façon d'une pression qui pousse la paroi de Bloch, de façon à augmenter le volume du domaine favorisé par le champ. Considérons une paroi de Bloch susceptible de se déplacer dans la direction de l'axe Ox.

La variation de l'aimantation est déterminée par la forme de la courbe $(\frac{\partial F}{\partial x})$ en fonction de x (fig VI-4 (a)), ou plutôt celle de H(x) définie par :

$$H = \frac{1}{2\ SM_s\ \cos\ \phi} \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_{x_o} \qquad \text{(VI-35)}$$

Nous avons vu la variation, avec la position, de la force à laquelle est soumise une paroi (Fig. IV-1).

La figure VI-4(b) indique la variation de l'aimantation correspondante au cas de la figure VI-4(a).

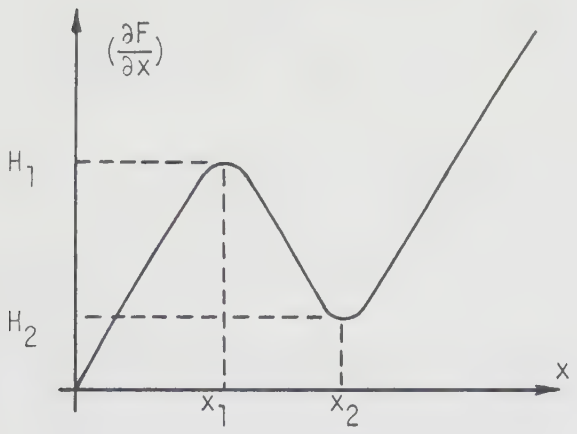


Fig. VI-4(a)

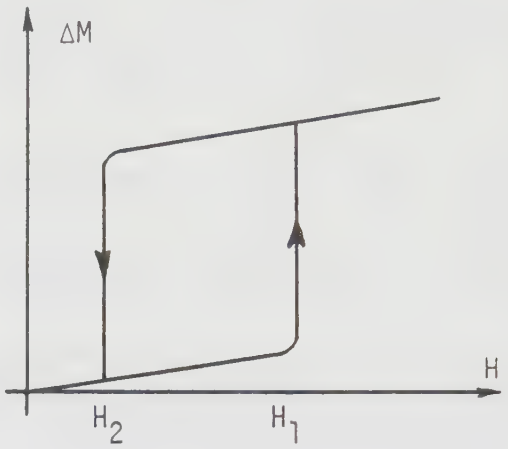


Fig. VI-4(b)

Nous voudrions relier cette description phénoménologique avec le diagramme de Preisach (§ VI-5). Dans cette deuxième représentation schématique, nous supposons que les processus irréversibles peuvent être représentés en découpant la matière en petits éléments, chacun d'eux ayant un cycle d'hystérésis rectangulaire, de largeur a, mais décalé en champ d'une valeur b. (fig. VI-5)

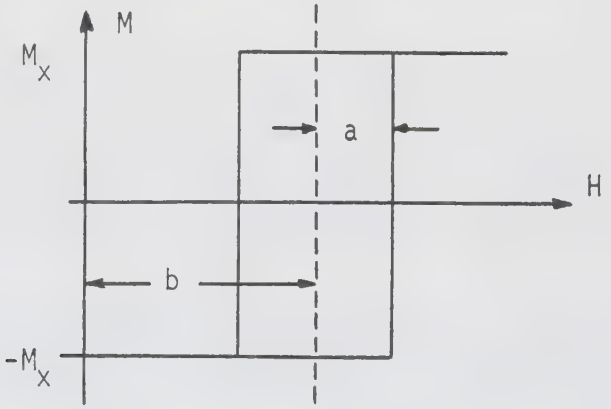


Fig. VI-5

Cette troisième figure représente le même comportement que la

deuxième en supposant $M = -M_x$ pour H égal à zéro. Il est évident que la différence $(H_1 - H_2)$ (fig. VI-4) vaut 2a (fig. VI-5), et que le maximum à x_1 et le minimum à x_2 valent $(b + a)$ et $(b - a)$. Nous avons donc les relations schématiques suivantes :

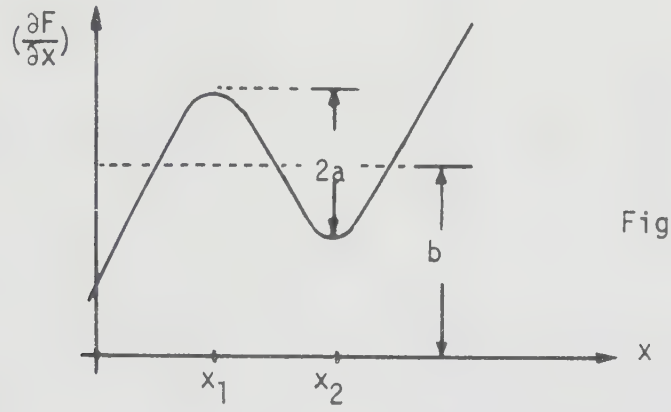


Fig. VI-6

Supposons que H se situe dans l'intervalle $-H_m < H < H_m$ avec $H_c < H_m$. Nous avons don, pour une variation symétrique autour de H = 0, la figure VI-7

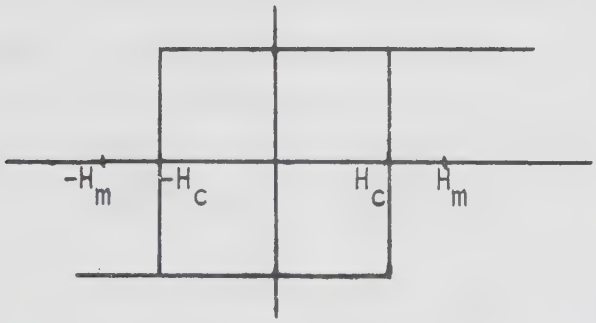


Fig. VI-7

Dans ce cas, le paramètre a représente le champ coercitif.

Nous pouvons voir la généralité du schéma de la figure VI-5 en nous rendant compte que x_1 et x_2 ne représentent que le maximum et le minimum absolu : il peut y avoir n'importe quel comportement entre ces deux extrêmes sans qu'il n'y ait aucun changement du cycle de la figure VI-7 :

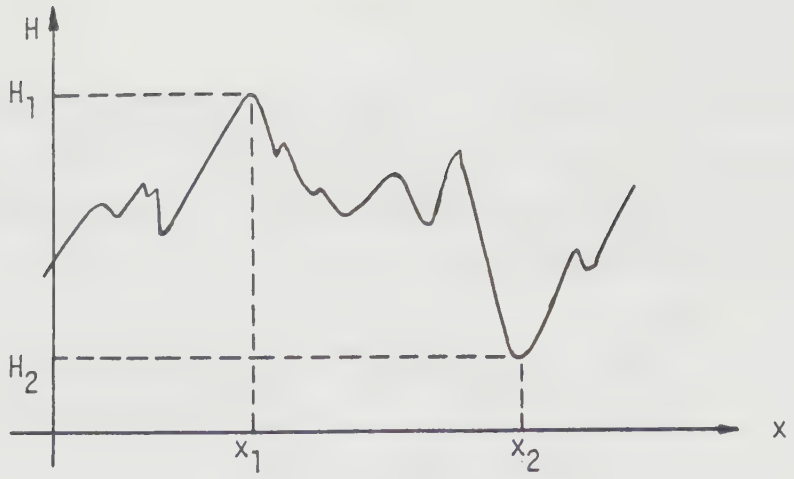


Fig. VI-8

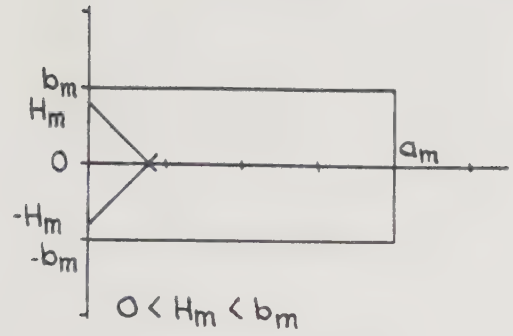
VI - 5 LE DIAGRAMME DE PREISACH

En 1935, F. PREISACH a proposé, pour représenter les cycles rectangulaires dissymétriques, un diagramme qui fournit une représentation commode des états d'aimantation dans le domaine de Rayleigh. Nous allons l'utiliser pour l'explication phénoménologique de la mémoire. Les variables a et b (figure VI-9) sont comprises respectivement entre $0 < a < a_m$ et $-b_m < b < b_m$ et nous supposons qu'elles sont distribuées dans ces intervalles de façon équipartie. Les valeurs de a_m et de b_m par rapport à H_m déterminent l'allure du cycle d'hystérésis.

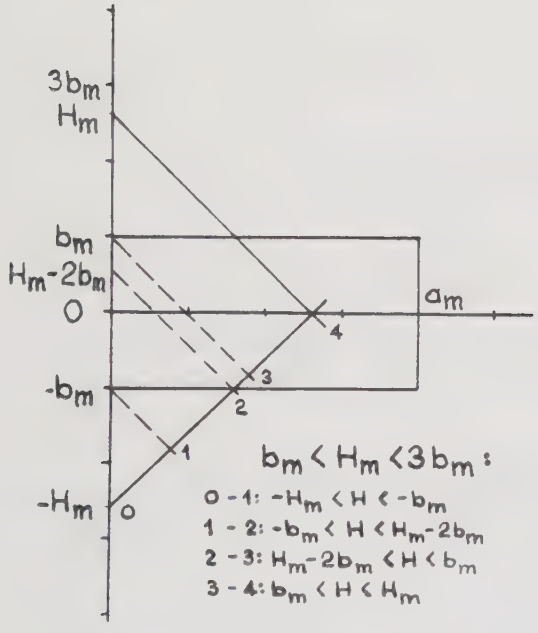
Nous étudions le comportement de l'aimantation rémanante M_r et de la dérivée $(\frac{dM}{dH})_0$ pour toute valeur croissante du champ maximum H_m. Nous avons vu précédemment qu'à quelques détails près la perméabilité alternative est donnée par $(\frac{dM}{dH})_0$ qui est la perméabilité différentielle autour de l'aimantation rémanante.

Les différents intervalles qu'il faut considérer pour les valeurs du champ H sont indiqués dans le tableau VI-1. Le résumé des calculs est montré dans le tableau VI-2, et nous rassemblons dans le tableau VI-3 les valeurs de M_r et de $(\frac{dM}{dH})_0$. Les courbes représentant l'évolution de ces deux paramètres sont celles des figures VI-10 et VI-11.

Fig VI-9 Le diagramme de Preisach

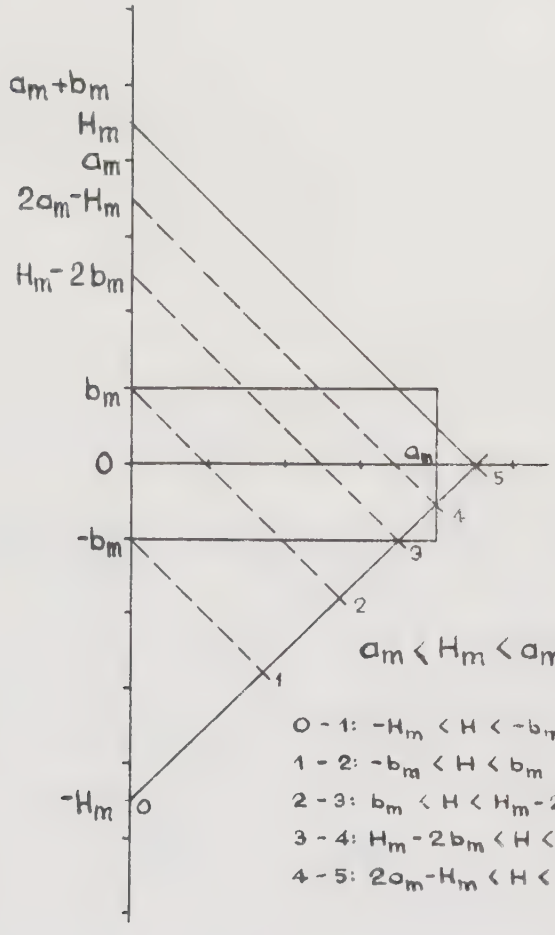


$0 < H_m < b_m$



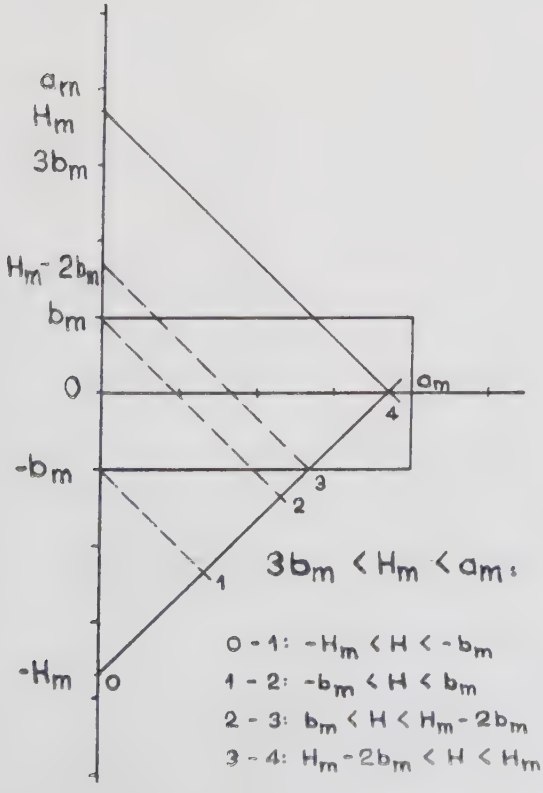
$b_m < H_m < 3b_m$:

0 - 1: $-H_m < H < -b_m$
1 - 2: $-b_m < H < H_m - 2b_m$
2 - 3: $H_m - 2b_m < H < b_m$
3 - 4: $b_m < H < H_m$



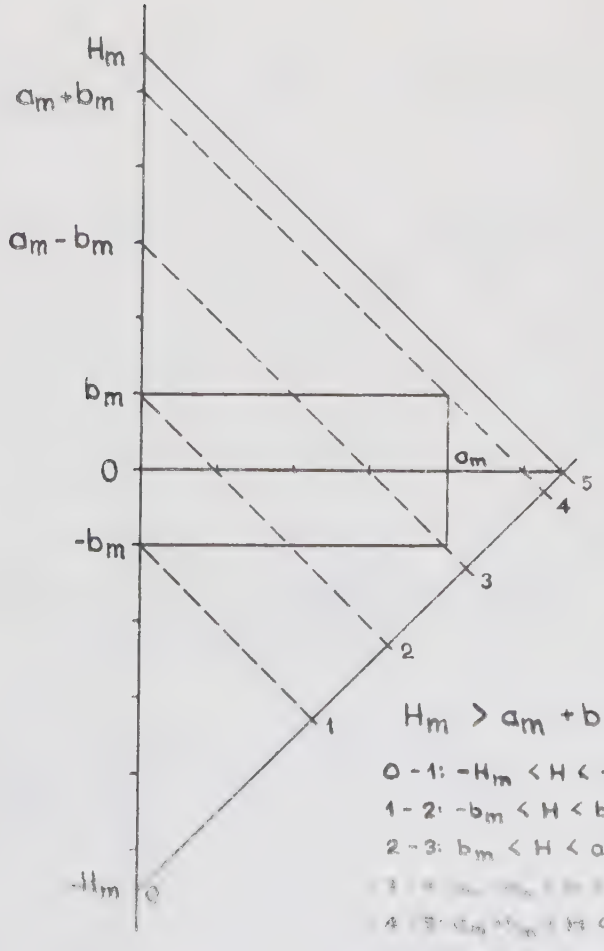
$a_m < H_m < a_m + b_m$:

0 - 1: $-H_m < H < -b_m$
1 - 2: $-b_m < H < b_m$
2 - 3: $b_m < H < H_m - 2b_m$
3 - 4: $H_m - 2b_m < H < 2a_m - H_m$
4 - 5: $2a_m - H_m < H < H_m$



$3b_m < H_m < a_m$:

0 - 1: $-H_m < H < -b_m$
1 - 2: $-b_m < H < b_m$
2 - 3: $b_m < H < H_m - 2b_m$
3 - 4: $H_m - 2b_m < H < H_m$



$H_m > a_m + b_m$:

0 - 1: $-H_m < H < -b_m$
1 - 2: $-b_m < H < b_m$
2 - 3: $b_m < H < a_m - b_m$
3 - 4: $a_m - b_m < H < a_m + b_m$
4 - 5: $a_m + b_m < H < H_m$

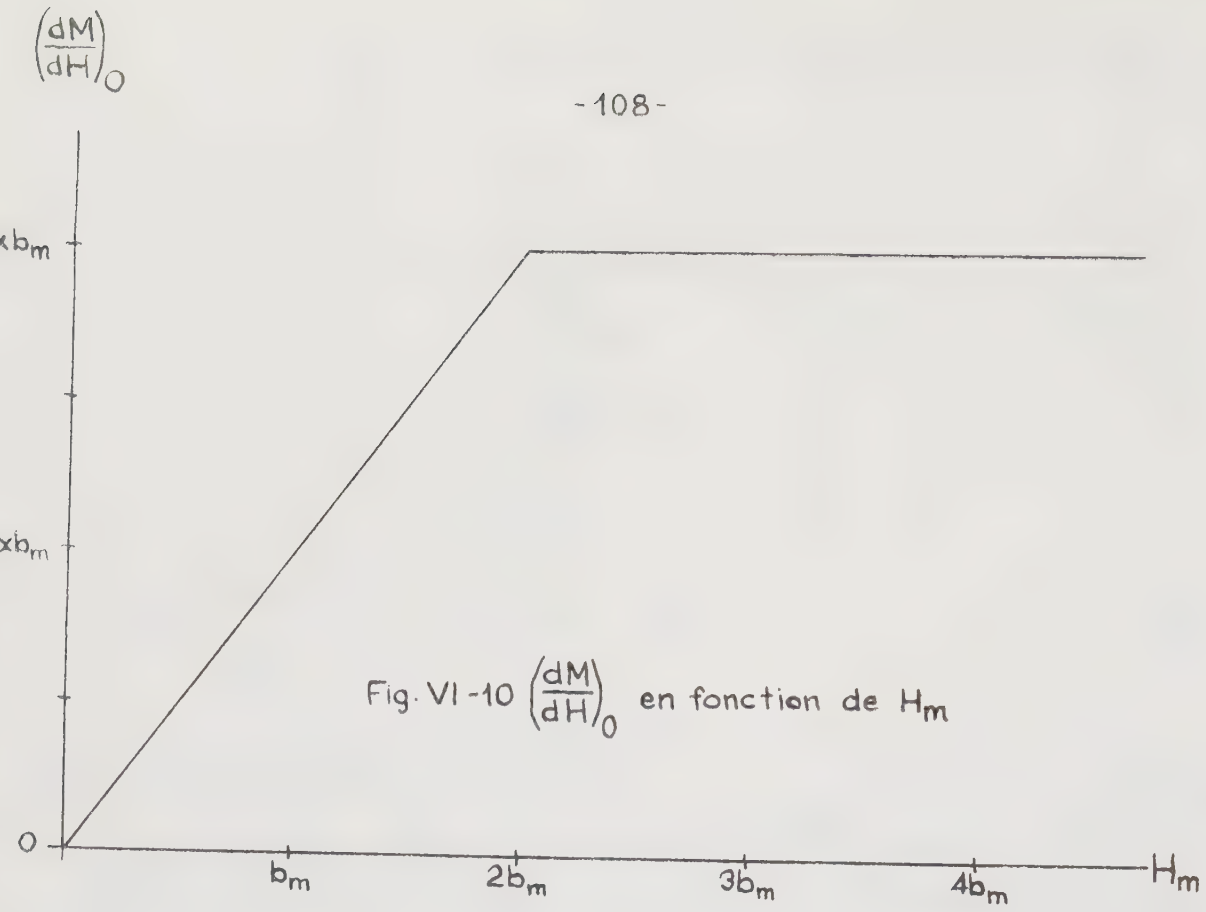


Fig. VI-10 $\left(\frac{dM}{dH}\right)_0$ en fonction de H_m

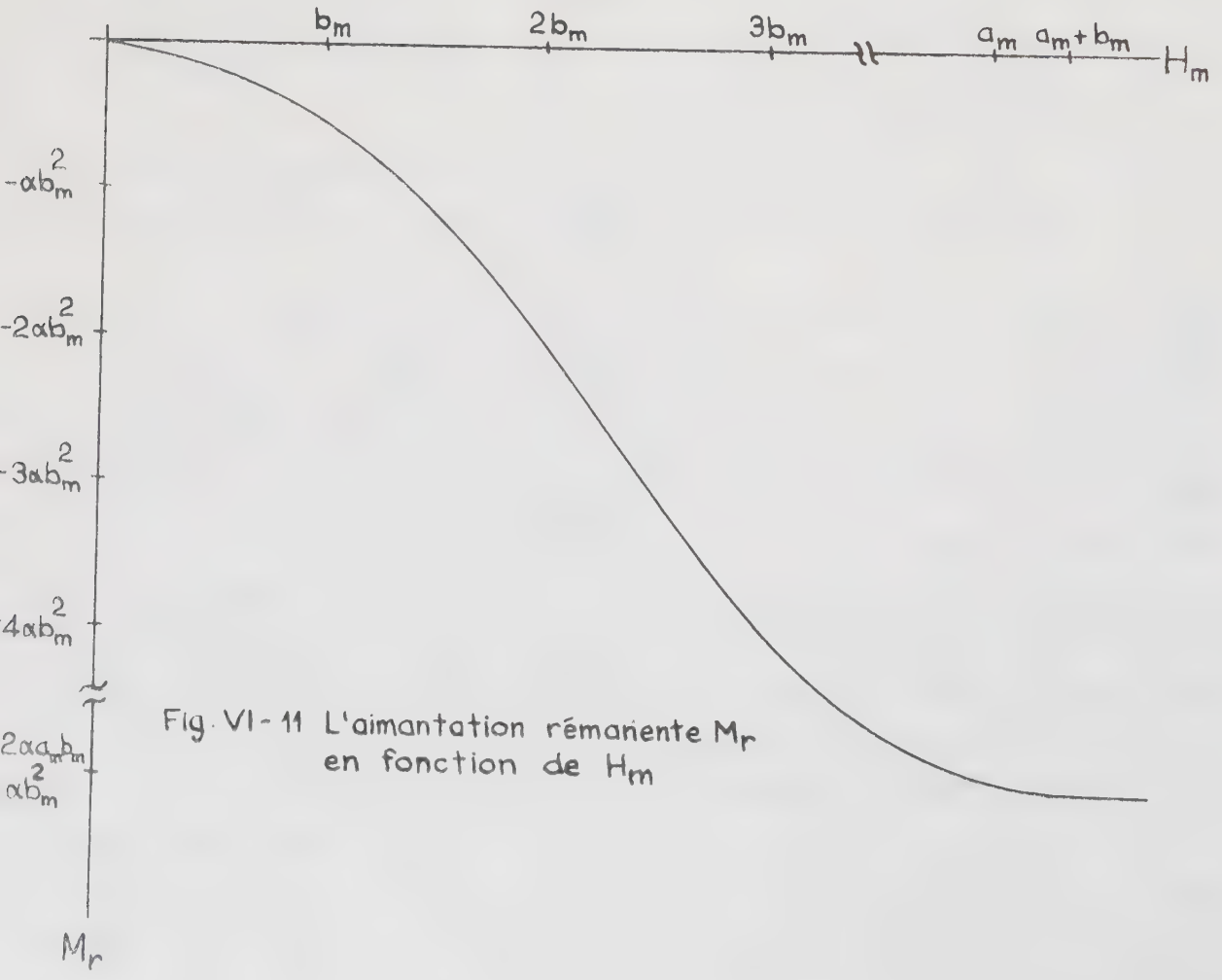


Fig. VI-11 L'aimantation rémanente M_r en fonction de H_m

Tableau VI-1 Intervalles considérés pour le diagramme de Preisach

Intervalle de H_m	Intervalle de H
0	$-H_m < H < H_m$
b_m	$-H_m < -b_m < H_m \quad -2b_m < b_m < H_m$
$3b_m$	$-H_m < -b_m < b_m < H_m \quad -2b_m < H_m$
a_m	$-H_m < -b_m < b_m < H_m \quad -2b_m < 2a_m - H_m < H_m$
$a_m + b_m$	$-H_m < -b_m < b_m < a_m - b_m < a_m + b_m < H_m$
∞	

Tableau VI-3

Intervalle de H_m	$(\frac{dM}{dH})_0$	M_r
$0 < H_m < b_m$	αH_m	$-\frac{\alpha}{2} H_m^2$
$b_m < H_m < 2b_m$	αH_m	$-M_m + \alpha (H_m - b_m)^2 + 2\alpha(H_m - b_m)(2b_m - H_m) + \frac{\alpha}{2}(2b_m - H_m)^2$
$2b_m < H_m < 3b_m$	$2\alpha b_m$	$-2\alpha H_m b_m + 2\alpha b_m^2$
$3b_m < H_m < a_m$	$2\alpha b_m$	$-2\alpha H_m b_m + 2\alpha b_m^2$
$a_m < H_m < a_m + b_m$	$2\alpha b_m$	$-2\alpha a_m b_m + \alpha(a_m + b_m - H_m)^2 + \alpha b_m^2$
$H_m > a_m + b_m$	$2\alpha b_m$	$-2\alpha a_m b_m + \alpha b_m^2$

à noter : 1) les valeurs de M_m figurent dans le tableau VI-2.
2) Les courbes qui représentent l'évolution de $(\frac{dM}{dH})_0$ et de M_r sont celles des figures VI-10 et VI-11.

Tableau 2 intervalle de H_m	M_m (1)	Intervalle de H	Aimantation M pour l'intervalle de H
$0 < H_m < b_m$	αH_m^2	$-H_m < H < +H_m$	$M = -M_m + \frac{\alpha}{2}(H + H_m)^2$
$b_m < H_m < 3b_m$	$\alpha(2H_m b_m - b_m^2)$	$-H_m < H < -b_m$	$M = -M_m$
		$-b_m < H < H_m - 2b_m$	$M = -M_m + \alpha(b_m + H)^2$
		$H_m - 2b_m < H < b_m$	$M = -M_m + \alpha(H_m - b_m)^2 + 2\alpha(H_m - b_m)(H + H_m - 2b_m) + \frac{\alpha}{2}(H - H_m + 2b_m)^2$
		$b_m < H < H_m$	$M = -M_m + \alpha(H_m - b_m)^2 + 2\alpha(H_m - b_m)(2b_m - H_m + H) + \frac{\alpha}{2}(3b_m - H_m)^2 + \alpha(3b_m - H_m)(H - b_m) + \frac{\alpha}{2}(H - b_m)^2$
$3b_m < H_m < a_m$	$\alpha(2H_m b_m - b_m^2)$	$-H_m < H < -b_m$	$M = -M_m$
		$-b_m < H < b_m$	$M = -M_m + \alpha(b_m + H)^2$
		$b_m < H < H_m - 2b_m$	$M = -M_m + 4\alpha b_m H$
		$H_m - 2b_m < H < H_m$	$M = -M_m + 4\alpha b_m(H_m - 2b_m) + 4\alpha b_m(H - H_m + 2b_m) - \frac{\alpha}{2}(H - H_m + 2b_m)^2$
$a_m < H_m < a_m + b_m$	$M_s - \alpha(a_m + b_m - H_m)^2$	$-H_m < H < -b_m$	$M = -M_m$
		$-b_m < H < b_m$	$M = -M_m + \alpha(b_m + H)^2$
		$b_m < H < H_m - 2b_m$	$M = -M_m + 4\alpha b_m H$
		$H_m - 2b_m < H < 2a_m - H_m$	$M = -M_m + 4\alpha b_m^2 + 4\alpha(H_m - 3b_m)b_m + 4\alpha b_m(H - H_m + 2b_m) - \frac{\alpha}{2}(H - H_m + 2b_m)^2$
		$2a_m - H_m < H < H_m$	$M = M_s - \alpha(a_m - H + b_m)^2$
$H_m > a_m + b_m$	M_s	$-H_m < H < -b_m$	$M = -M_m$
		$-b_m < H < b_m$	$M = -M_m + \alpha(b_m + H)^2$
		$b_m < H < a_m - b_m$	$M = -M_m + 4\alpha H b_m$
		$a_m - b_m < H < a_m + b_m$	$M = M_m - \alpha(a_m + b_m - H)^2$
		$a_m + b_m < H < H_m$	$M = M_m$

(1) α est défini par la relation $\alpha = \frac{M_s}{2a_m b_m}$

CHAPITRE VII - LA MÉMOIRE MAGNETOMÉCANIQUE

VII - 1 INTRODUCTION

Dans le domaine de Rayleigh, nous avons pour la perméabilité alternative : (eq. VI-24):

$$\mu_{alt} \simeq 4\pi\chi_i + 4\alpha_i H_m, \qquad \text{(VII-1)}$$

H_m étant l'amplitude du champ magnétique alternatif.

NEEL montre que les constantes χ_i et α_i valent respectivement :

$$\chi_i = C_1 N \frac{M_s}{H_c} \qquad \text{(VII-2)}$$

$$\alpha_i = C_2 N \frac{M_s}{H_c^2} \qquad \text{(VII-3)}$$

où N est le nombre de parois, et C_1 et C_2 peuvent varier avec le modèle de distribution de l'aimantation utilisé, mais dans des limites restreintes. N et H_c par contre varient beaucoup d'un matériau à l'autre. Nous pouvons ainsi écrire la perméabilité alternative :

$$\mu_{alt} = A \frac{M_s}{H_c} + B \frac{M_s}{H_c^2} H_m \ , \qquad \text{(VII-4)}$$

A et B sont représentatifs de la distribution des phases dans le matériau. En admettant qu'ils peuvent varier avec H_m, cette représentation de la perméabilité alternative s'applique pour toute valeur de H_m, non seulement dans le domaine de Rayleigh. Nous supposons, en outre, que A et B sont fonctions de la pression uniaxiale appliquée.

Pour expliquer le mécanisme de la mémoire magnétomécanique, supposons que nous ayons un état initial donné par A et B. On applique une pression uniaxiale qui est ensuite supprimée. Les paramètres A et B subissent une variation et deviennent A' et B'. La mémoire est définie par :

$$m = \frac{\mu_{alt} - \mu'_{alt}}{\mu_{alt}} \qquad \text{(VII-5)}$$

$$= \frac{(A - A')\frac{M_s}{H_c} + (B - B')\frac{M_s}{H_c^2} H_m}{A\frac{M_s}{H_c} + B\frac{M_s}{H_c^2} H_m}$$

$$= \frac{\Delta A\frac{M_s}{H_c} + \Delta B\frac{M_s}{H_c^2} H_m}{A\frac{M_s}{H_c} + B\frac{M_s}{H_c^2} H_m} \qquad \text{(VII-6)}$$

Nous proposons que la mémoire est le résultat du produit de deux fonctions représentatives de deux phénomènes différents. Le premier est ce que nous appelons "la mémoire potentielle" M_p. Cette fonction peut être représentée par la relation :

$$M_p = \frac{P}{P_o + P} \quad , \qquad \text{(VII-7)}$$

comme le montre la figure VII-1. P est la pression appliquée et P_o une pression caractéristique de chaque matériau. Nous voyons que cette fonction dépend uniquement de la pression, part de zéro, et atteint une valeur limite. Du point de vue phénoménologique, ceci implique que sans pression, aucun effet de mémoire n'existe, et qu'à partir d'une certaine valeur de la pression une saturation est atteinte.

La deuxième fonction que nous introduisons tient compte du "lavage" du matériau par le champ magnétique appliqué. Un champ faible n'a pas d'effet important sur la distribution des phases. Plus le champ augmente, plus les phases ont tendance à se réorienter jusqu'à ce qu'elles suivent, toutes, les directions préférentielles déterminées par H_m. La fonction analytique que nous proposons est la suivante : (fig. VII-2)

$$F_L = 1 - a\left(\frac{H_m}{H_c}\right)^2 \qquad \text{(VII-8)}$$

Nous supposons que ces deux fonctions, mémoire potentielle et lavage, sont indépendantes de façon à ce que la mémoire soit une fonction

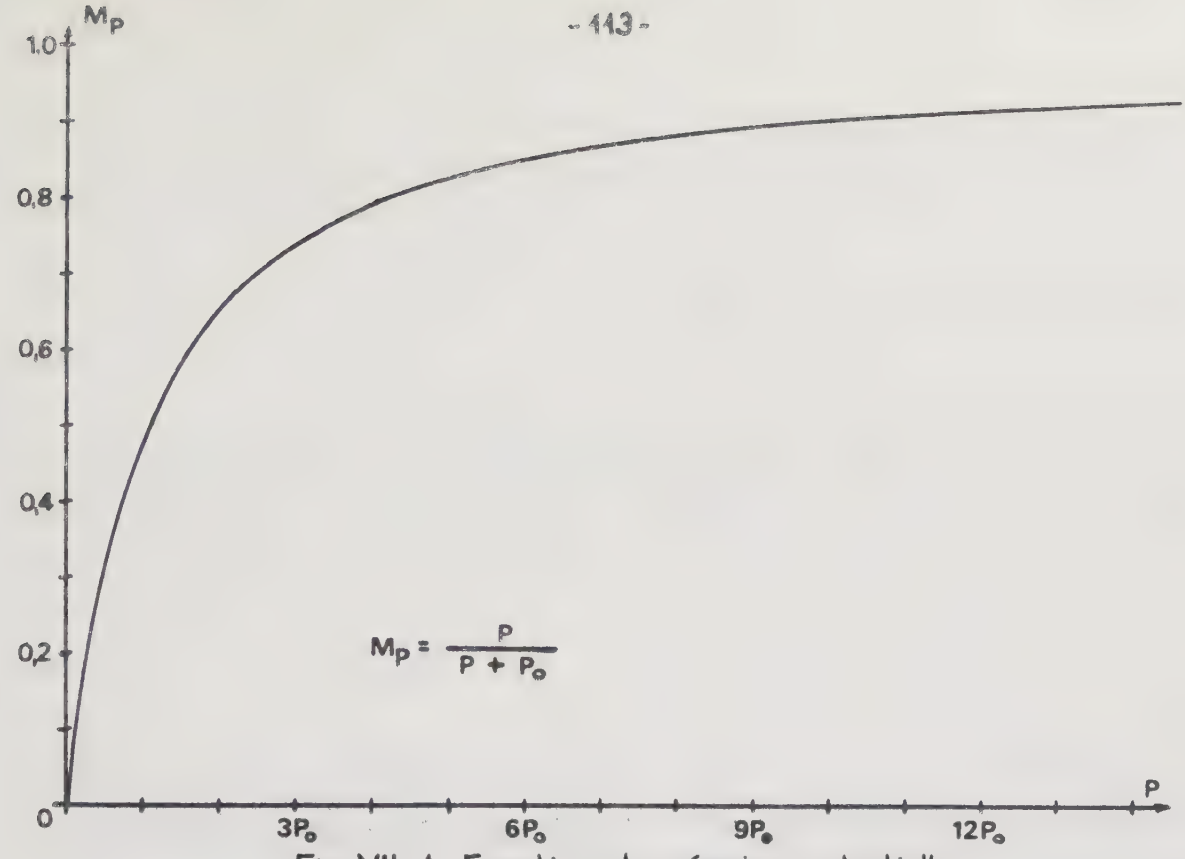


Fig. VII-1 Fonction de mémoire potentielle

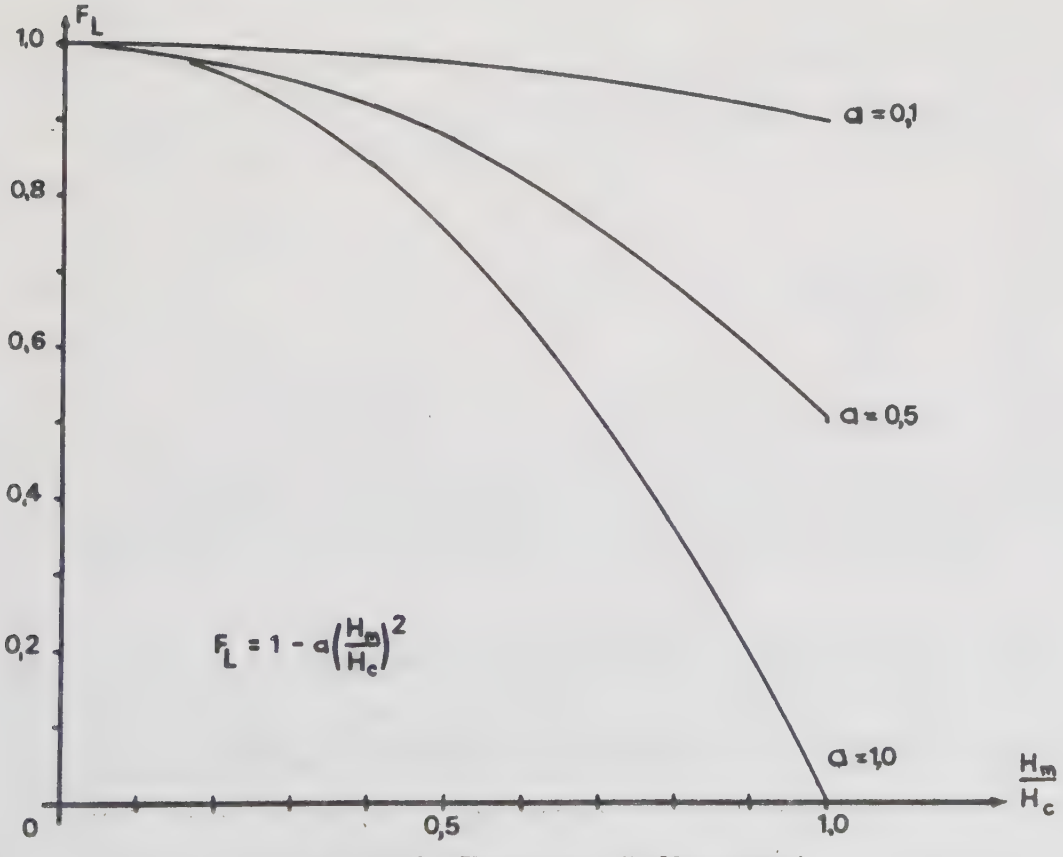


Fig. VII-2 Fonction d'effacement

du produit de ces deux termes.

VII - 2 LA MEMOIRE POTENTIELLE

Des considérations sur le diagramme de Preisach permettent d'écrire le coefficient α des termes irréversibles sous la forme :

$$\alpha = \frac{NM_s}{2a_m b_m} \qquad \text{(VII-9)}$$

On suppose que la pression modifie le terme b_m par addition d'un terme supplémentaire, ainsi le phénomène de mémoire peut être décrit par : $b_m + b_p$, où b_p est proportionnel à la pression P qui avait été appliquée, si bien que :

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha} = \frac{b_p}{b_m + b_p} \qquad \text{(VII-10)}$$

Cette équation exprime ce que nous appelons la mémoire potentielle.

$$b_p = \left(\frac{\frac{3}{2}\lambda\sigma}{M_s}\right) r \qquad \text{(VII-11)}$$

b_p est proportionnel au champ fictif représentant la pression initiale et à un facteur r qui exprime la fraction de ce champ qui est mémorisée. σ est égal à $P \langle\cos^2\theta\rangle$; puisque le matériau est polycristallin, il faut introduire le facteur $\langle\cos^2\theta\rangle = 1/3$.

Les termes b traduisent les effets des défauts à longue distance. A ces défauts correspondent des fluctuations de l'équidistance des parois. Si ε définit la proportion de charges libres sur les surfaces perpendiculaires à l'aimantation on a : (voir annexe A2)

$$b = 4\pi M_s \left(\frac{\Delta D}{D}\right)\varepsilon \qquad \text{(VII-12)}$$

L'effet d'une pression temporaire est de modifier l'amplitude des fluctuations des distances entre domaines. La dimension moyenne d'un domaine est donnée par (eq. III-16) :

$$D_o = \sqrt{\frac{2\gamma L}{K}} \quad , \qquad \text{(VII-13)}$$

où γ est l'énergie superficielle de paroi, K l'énergie d'anisotropie des prismes de fermeture ou équivalente en cas d'autre processus de décomposition en domaines, L la hauteur du cristallite. Sous l'effet d'une contrainte σ , la dimension d'un domaine devient :

$$D_\sigma = \sqrt{\frac{2\gamma L}{K + \Delta K}} \qquad \text{(VII-14)}$$

avec $$\Delta K = \frac{3}{2}\lambda\sigma \qquad \text{(VII-15)}$$

La variation de la distance entre les parois implique qu'elles se déplacent avec la pression, et lorsque celle-ci est supprimée, les parois ne reviennent pas dans les puits de potentiel où elles se trouvaient à l'origine. Cette variation de position est mise en évidence par la mémoire ; c'est du moins ce que nous proposons comme interprétation. Une mesure de cette fluctuation des distances entre parois peut être donnée par :

$$\Delta D = D_o - D_\sigma \qquad \text{(VII-16)}$$

On a :

$$\frac{\overline{\Delta D}}{D} \simeq \frac{3}{4} \frac{\lambda \bar{\sigma}}{K} \qquad \text{(VII-17)}$$

On relie la contrainte moyenne à la pression P appliquée sur le tore par $\bar{\sigma} = P/3$. D'où :

$$b_p = 4\pi M_s \left(\frac{\Delta D}{D}\right)_p \varepsilon = \pi\varepsilon M_s \frac{\lambda P}{K} \qquad \text{(VII-18)}$$

Soit, en tenant compte de (VII-11)

$$H_A = \left(\frac{\frac{1}{2}\lambda P}{M_s}\right) \quad \text{et } b_p = rH_A \qquad \text{(VII-19)}$$

$$\text{d'où } r = 2\pi\varepsilon \frac{M_s^2}{K} \qquad \text{(VII-20)}$$

On peut relier r à b_m, b_m étant le terme traduisant les fluctuations résiduelles (indépendantes de la pression) (éq. VII-12). Soit :

$$\frac{b_m}{r} = \frac{2K}{M_s}\left(\frac{\Delta D}{D}\right)_m = a_m^* = \frac{P_o}{3} \qquad \text{(VII-21)}$$

Dans ce calcul, essentiellement phénoménologique, on élimine ε, mais on est obligé de redéfinir r par rapport à un champ critique a_m^* déterminé par des propriétés intrinsèques du matériau. Il est intéressant de remarquer que l'ordre de grandeur de a_m^* est le même que celui de a_m.

En prenant : $K = 10^4$ erg/cm^3 (domaines de 1µ)

$M_s = 500$

$a_m^* = 0{,}15$ Oe, il s'ensuit que : $\left(\frac{\Delta D}{D}\right)_m = \frac{3{,}7}{1000}$

ΔD est donc de l'ordre de grandeur de l'épaisseur d'une paroi.

Avec $b_m = 4\pi M_s \varepsilon \left(\frac{\Delta D}{D}\right)_m = 5.10^{-4}$

on trouve $\varepsilon = 2.10^{-5}$

Il est intéressant de noter que s'il n'y avait que ce type de défaut, on aurait une perméabilité de (eq. IV-71):

$$\mu = \frac{4}{3\varepsilon} = 60\,000\ ,$$

qui est de l'ordre de grandeur des perméabilités maximales atteintes avec ces matériaux.

Tableau VII-1 (voir tableau VIII-2)

	α_i	H_c	Nb_m	P_o (kg/cm^2)	P_o (Oe)	$\frac{Nr}{3}$	$\frac{b_m}{H_c}$
FN 114 - 2004	486	0,07	3,67	15,2	0,46	7,93	0,0052
FN 112 - 2003	486	0,1	2,75	31,8	0,96	2,86	0,0027
FN 112 - 2002	218	0,1	5,73	14,2	0,43	13,3	0,0057
FN 114 - 2002	219	0,1	5,73	14,2	0,43	13,3	0,0057

Dans le tableau ci-dessus, nous avons établi les valeurs à partir des relations suivantes :

$$Nb_m = \frac{M_s}{4\, H_c\, \alpha_i}$$

$$r\,\frac{P_o}{3} = b_m$$

VII - 3 LA FONCTION EFFACEMENT

La fonction effacement est difficile à mettre en évidence dans un cas réel. Lorsque $b_m < a_m$, le diagramme de Preisach suggère de prendre une fonction du type :

$$F_L = 1 - a\left(\frac{H_m}{H_c}\right)^2 \qquad \text{(VII-8)}$$

L'extrapolation des courbes de mémoire nous donne la valeur de H_{ext}, champ pour lequel la mémoire s'annule. D'après la fonction effacement, on a :

$$a = \left(\frac{H_c}{H_m}\right)^2 = \left(\frac{H_c}{H_{ext}}\right)^2 \qquad \text{(VII-22)}$$

Les résultats expérimentaux permettent d'établir le tableau VII-2 (voir paragraphe VIII-8) :

Tableau VII-2

	H_{ext}	H_c	$\frac{H_{ext}}{H_c}$	a
FN 114 2004	165	70	2,36	0,18
FN 112 2003	210	100	2,10	0,23
FN 114 2002	180	100	1,80	0,31
FN 112 2002	250	100	2,50	0,16

Nous voyons d'après ce tableau que dans tous les cas la mémoire s'annule pour $H_{ext}/H_c \simeq 2$. C'est bien ce que permet d'expliquer le diagramme de Preisach.

VII-4 SENSIBILITE DES DIFFERENTS TERMES A LA PRESSION

Nous posons les deux expressions suivantes :

$$\Delta A = \omega M_p(P).F_L(H_m)A \qquad \text{(VII-23)}$$

$$\Delta B = k\omega\, M_p(P).F_L(H_m)\, B \qquad \text{(VII-24)}$$

où ω est la fraction de A sensible à la mémoire et k est un coefficient qui exprime la différence de sensibilité à la pression des facteurs réversible A et irréversible B. En développant l'équation VII-6 avec les relations VII-23 et VII-24 :

$$m = \frac{\omega\, M_p(P).F_L(H_m)\,\left(A + kB\,\frac{H_m}{H_c}\right)}{A + B\,\frac{H_m}{H_c}} \qquad \text{(VII-25)}$$

Ce qui nous intéresse est la variation de :

$$G(H_m) = \frac{A + kB\,\frac{H_m}{H_c}}{A + B\,\frac{H_m}{H_c}} \qquad \text{(VII-26)}$$

La dérivée première s'écrit :

$$\frac{dG}{dH_m} = \frac{\frac{AkB}{H_c} - \frac{AB}{H_c}}{(A + B\frac{H_m}{H_c})^2} \qquad \text{(VII-27)}$$

pour $H_m = 0$:

$$\left(\frac{dG}{dH_m}\right)_0 = \frac{B}{AH_c}(k - 1) \qquad \text{(VII-28)}$$

Pour $H_m \simeq 0$, $F_L(H_m) \simeq 1$, et d'après VII-25 et VII-28 :

$$\left(\frac{dm}{dH_m}\right)_0 = \omega M_p \frac{B}{AH_c}(k - 1) \qquad \text{(VII-29)}$$

et $m(H_m = 0) = \omega M_p$ (VII-30)

Pour évaluer les constantes A et B réécrivons la perméabilité alternative sous les deux formes :

$$\mu_{alt} = A\frac{M_s}{H_c} + B\frac{M_s}{H_c^2} H_m \qquad \text{(VII-4)}$$

$$\mu_{alt} = \mu_o + 4\pi \alpha_i H_m \qquad \text{(VI-25)}$$

Après identification terme à terme

$$\frac{B}{AH_c} = \frac{4\pi \alpha_i}{\mu_o} \qquad \text{(VII-31)}$$

Pour l'évaluation d'un exemple, prenons le tore FN114 2002 :

D'après VII-4 et VI-25, $\mu_o = \frac{AM_s}{H_c}$, et donc :

$$A = \frac{\mu_o H_c}{M_s} \simeq 0{,}69$$

et $4\pi\alpha_i = B\frac{M_s}{H_c^2}$, d'où $B = \frac{4\pi\alpha_i H_c^2}{M_s} \simeq 0{,}055$

Avec ces deux constantes et l'équation VII-29, nous pouvons maintenant calculer k. Toujours pour le même tore, pour une pression de 20 kgf/cm^2 nous avons expérimentalement (§ VIII-8) pour la pente initiale de la courbe (figure VIII-16) :

$$\left(\frac{dm}{dH}\right)_0 = 0{,}16\ Oe^{-1}$$

et donc $0{,}16 = \omega M_p \frac{B}{AH_c}(k - 1)$ d'où $k = 60$

Cette grande valeur de k montre que ce sont les processus irréversibles qui sont sensibles à la pression, ainsi que l'on pouvait s'y attendre. Nous rassemblons dans le Tableau VII-3 les valeurs de ces paramètres pour les matériaux étudiés.

Il est intéressant de calculer $k\omega$ qui est la fraction de B sensible à la pression. Si B ne change pas de signe avec la pression, $k\omega$ est inférieur ou égal à 1. En effet,

$$\frac{\Delta B}{B} = k\omega \frac{P}{P_o + P} F_L(h) \leq 1 \qquad \text{(VII-32)}$$

Vu la propagation des erreurs, il est difficile de préciser la valeur de $k\omega$. Le numérateur est la dérivée d'une courbe qui représente la différence entre deux mesures expérimentales. Le dénominateur, lui, est le produit d'une extrapolation à zéro de cette même courbe et de la dérivée d'une deuxième mesure expérimentale. Ainsi, il est illusoire de vouloir calculer avec précision la grandeur $k\omega$.

Tableau VII-3 (voir figure VIII-16)

	A	B
FN114 2004	0,62	0,060
FN112 2003	0,35	0,122
FN114 2002	0,69	0,055
FN112 2002	0,72	0,055

FN114 2004 :

P	M_p ($\times 10^3$)	$(\frac{dM}{dH})_0$	k
20	18,0	0,48	20,4
41	19,5	0,92	35,4
82	24,0	1,00	31,4
123	30,0	0,76	19,5

FN112 2003 :

P	M_p ($\times 10^3$)	$(\frac{dM}{dH})_0$	k
28	0,5	0,36	206,7
57	4,5	0,44	28,9
144	6,5	0,60	28,9
288	12,0	1,04	25,8

FN114 2002 :

P	M_p ($\times 10^3$)	$(\frac{dM}{dH})_0$	k
20	3,4	0,16	59,8
40	4,2	0,50	149,8
80	5,7	0,44	97,5
120	6,5	0,40	77,9
160	7,6	0,38	63,5

FN112 2002 :

P	M_p ($\times 10^3$)	$(\frac{dM}{dH})_0$	k
24	3,0	0,24	107,6
48	5,0	0,20	54,3
72	3,0	0,48	214,3
120	3,0	0,66	294,3
240	5,5	0,46	112,5

VII-5 EXPLICATION DE ω

La perméabilité initiale ne présente une mémoire que dans la mesure où les parois ne reviennent pas à leurs positions initiales. Sans entrer dans les détails, nous pouvons affirmer que c'est la partie de la perméabilité initiale dépendante des charges libres qui est en cause. Dans ces phénomènes, tout se passe comme si les inductances représentatives des perméabilités étaient mises en parallèles.

ω définit le maximum de la mémoire prise par la perméabilité initiale.

$$\omega = m_i = \frac{(\mu_1)_i - (\mu_3)_i}{(\mu_1)_i} \qquad \text{(VII-33)}$$

En vertu de ces considérations on a :

$$(\mu_3)_i = \frac{\mu_{1i}\ \mu_\varepsilon}{\mu_{1i} + \mu_\varepsilon} \qquad \text{(VII-34)}$$

où μ_ε est la perméabilité due à l'apparition des charges libres qui vaut : $\mu_\varepsilon \simeq C/\varepsilon$ (§ IV-8). D'où :

$$\omega \simeq \frac{\varepsilon\ \mu_{1i}}{C} \qquad \text{(VII-35)}$$

Nous rappelons les trois équations importantes d'après lesquelles s'établit le Tableau VII-4 :

1. $\frac{P_o}{3} = \frac{2K}{M_s} \left(\frac{\Delta D}{D}\right)_m$ (VII-21)

2. $b_m = 4\pi\ M_s \left(\frac{\Delta D}{D}\right)_m \varepsilon$ (VII-12)

3. $\omega \simeq \frac{\varepsilon \mu_i}{C}$ (VII-35)

Remarquons que dans la première équation, P_o est définie à partir des mesures expérimentales du maximum de la mémoire magnétomécanique. La courbe expérimentale de la perméabilité alternative et des considérations sur le diagramme de Preisach permettent d'établir la deuxième relation. La troisième se dégage de l'hypothèse de la décomposition en domaines par effet de charges libres. La valeur de ε est définie par l'ordonnée à l'origine de la courbe de la mémoire magnétomécanique. C devrait être égal à 4/3 si seules les charges libres déterminent la décomposition en domaines.

Tableau VII-4

Ferrite	$(\frac{\Delta D}{D})_m$	ε	ω	μ_o	C	μ_ε	$k\omega$
2002	$3,15\ 10^{-3}$	$3,29\ 10^{-5}$	$0,65\ 10^{-2}$	3500	17,7	40.000	0,65
2003	$7,20\ 10^{-3}$	$0,67\ 10^{-5}$	$1,2\ 10^{-2}$	1720	0,96	200.000	0,31
2004	$2,91\ 10^{-3}$	$2,64\ 10^{-5}$	$3,2\ 10^{-2}$	4450	3,7	50.000	0,64

Plusieurs remarques s'imposent à propos de ce tableau. Tout d'abord, malgré la propagation des erreurs dues aux extrapolations des courbes expérimentales, il y a un bon accord entre les trois ferrites pour plusieurs paramètres : $(\frac{\Delta D}{D})_m$, ω, et $k\omega$. La dispersion des valeurs du paramètre C peut provenir de notre hypothèse d'une même valeur de $K(10^4\ erg/cm^3)$ qui n'est pas justifiée, étant donné les différentes perméabilités initiales. Les valeurs de μ_ε sont certainement plausibles, et pour les deux ferrites 2002 et 2004, il y a proportionnalité entre μ_o et μ_ε.

Annexe A2 Signification Physique de ε

Nous avons introduit dans l'équation (VII-12) un facteur ε qui définit la proportion de charges libres sur les surfaces perpendiculaires à l'aimantation. Nous voudrions montrer dans ce paragraphe que la signification physique de ε peut être aussi bien attribuée, dans le cas réel, aux inclusions. Examinons d'abord, le cas de la figure A1, où les densités de l'aimantation sur les deux faces sont respectivement εM_s et $-\varepsilon M_s$. Le champ démagnétisant s'écrit $H_D = 4\pi M_s \varepsilon$, et la densité d'énergie :

$$W = \frac{1}{2} H_D M_s = 2\pi M_s^2 \varepsilon \qquad \text{(A2-1)}$$

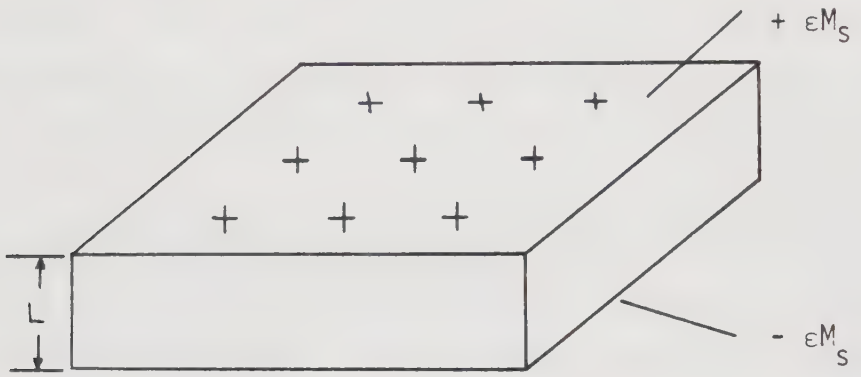
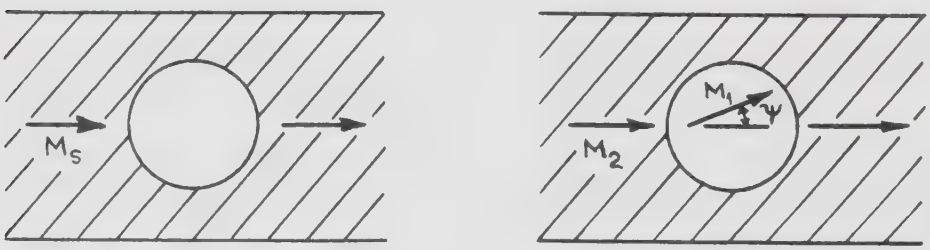


Fig. A1

Nous allons examiner maintenant les deux cas de la figure A2. Dans le premier, l'inclusion peut être un vide ou une deuxième phase non-magnétique ; dans le deuxième, l'inclusion est magnétique, avec une direction d'aimantation écartée de celle du milieu. p représente la fraction volumique d'inclusions.



(a) inclusion non-magnétique (b) inclusion magnétique

Fig. A2

Dans le cas de la figure A2 (a), nous avons :

$$W = \frac{1}{2} N M_s^2 p = \frac{2\pi}{3} M_s^2 p \qquad \text{(A2-2)}$$

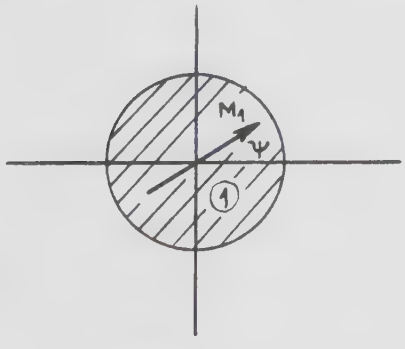
N étant le facteur démagnétisant.

En égalisant (A2-1) et (A2-2)

$$\frac{2\pi}{3} M_s^2 p = 2\pi M_s^2 \varepsilon \quad \text{d'où} \quad \varepsilon = \frac{p}{3} \qquad \text{(A2-3)}$$

Ainsi on peut établir une liaison entre la porosité et la densité de charges libres.

Le cas de la figure A2 (b) est plus compliqué. Dans le plan xOy calculons les champs dans l'inclusion et dans le milieu dûs respectivement à l'aimantation M_1 dans l'inclusion et à l'aimantation M_2 dans le milieu. Nous considérons les deux cas indépendamment, et nous appliquons le principe de superposition. Nous avons :

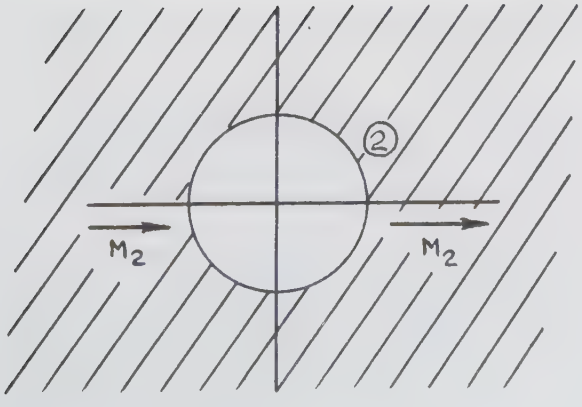


champ dans l'inclusion :

$$\vec{H}_{11} = \begin{matrix} -NM_1 \cos\Psi & (x) \\ -NM_1 \sin\Psi & (y) \end{matrix}$$

champ dans le milieu :

$$\vec{H}_{12} = \begin{matrix} NM_1 \cos\Psi & (x) \\ NM_1 \sin\Psi & (y) \end{matrix}$$



champ dans l'inclusion :

$$\vec{H}_{21} = \begin{matrix} NM_2 & (x) \\ 0 & (y) \end{matrix}$$

champ dans le milieu

$$\vec{H}_{22} = \begin{matrix} -NM_2 & (x) \\ 0 & (y) \end{matrix}$$

Le champ total dans l'inclusion est donc $\vec{H}_1 = \vec{H}_{11} + \vec{H}_{21}$, le champ total dans le milieu $\vec{H}_2 = \vec{H}_{12} + \vec{H}_{22}$. La densité d'énergie se calcule facilement :

$$W = \frac{1}{2} H_D M_s = \frac{1}{2} (H_{1x}M_{1x} + H_{1y}M_{1y} + H_{2x}M_{2x} + H_{2y}M_{2y})$$

$$= \frac{N}{2} (M_1^2 + M_2^2 - 2 M_1 M_2 \cos \psi)$$

et si $M_1 = M_2$:

$$W = (1 - \cos \psi) N M_s \qquad (A2 - 4)$$

L'égalité entre (A2-1) et (A2-4) mène à :

$$\frac{p}{3} (1 - \cos\psi) = \varepsilon \qquad (A2 - 5)$$

CHAPITRE VIII - EXPÉRIENCES ET ANALYSES

VIII - 1 INTRODUCTION

Nous consacrerons ce chapitre à l'exposé de nos expériences et de nos analyses des matériaux. Les caractéristiques des matériaux que nous avons étudiés sont celles du tableau VIII-1. Nous avons effectué six séries importantes d'expériences. Dans tous les cas, sauf indications contraires, les conditions expérimentales sont les suivantes :

i) pour déterminer l'influence des différents paramètres sur la perméabilité d'un échantillon de ferrite, nous avons utilisé un circuit oscillant (oscillateur Clapp) dans lequel l'inductance était en partie constituée d'un bobinage autour d'un tore de ce matériau. (figure VIII-1). La perméabilité est donc calculée d'après une mesure de la fréquence, dans la gamme 210 à 270 kHz.

ii) deux champs magnétiques interviennent dans nos expériences : H_{alt} et H_{cont}, l'intensité du champ alternatif de mesure H_{alt} a été controlée par la polarisation de l'oscillateur. Le champ magnétique continu H_{cont} est créé par un courant parcourant un enroulement subsidiaire.

iii) la pression uniaxiale est appliquée parallèlement à l'axe de révolution du tore sur la moitié de la surface (figure VIII-2). Les contraintes dans le tore sont donc orthogonales aux champs magnétiques.

iv) La température à laquelle se sont effectués les expériences est toujours la température ambiante (20 à 25°C).

v) La désaimantation du tore s'effectue par un champ magnétique alternatif évanescent.

Ce travail expérimental a été complété par des études sur la taille et la morphologie des cristallites au microscope électronique à balayage, des déterminations cristallographiques aux rayons X, des analyses chimiques, et une étude magnétique au magnétomètre Foner.

A la fin de ce chapitre nous discuterons l'ensemble des résultats eu égard aux erreurs expérimentales.

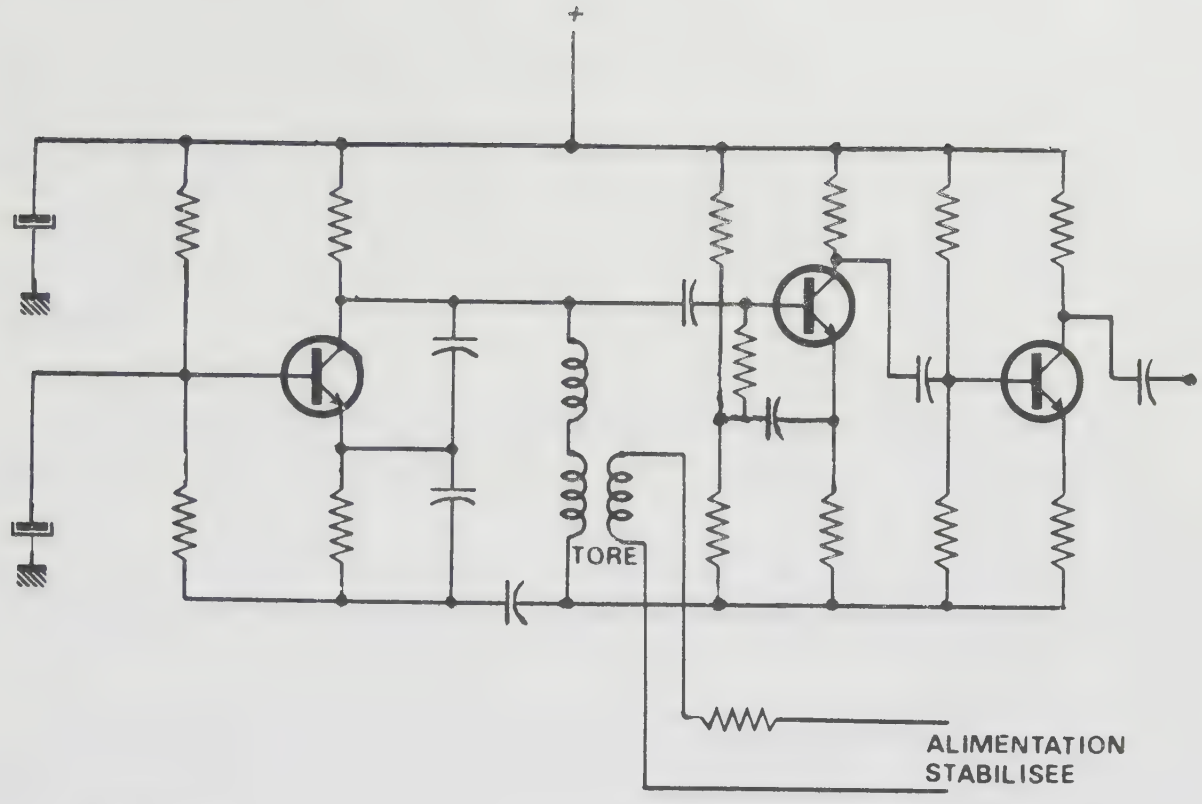


FIG VIII-1

FIG VIII-2

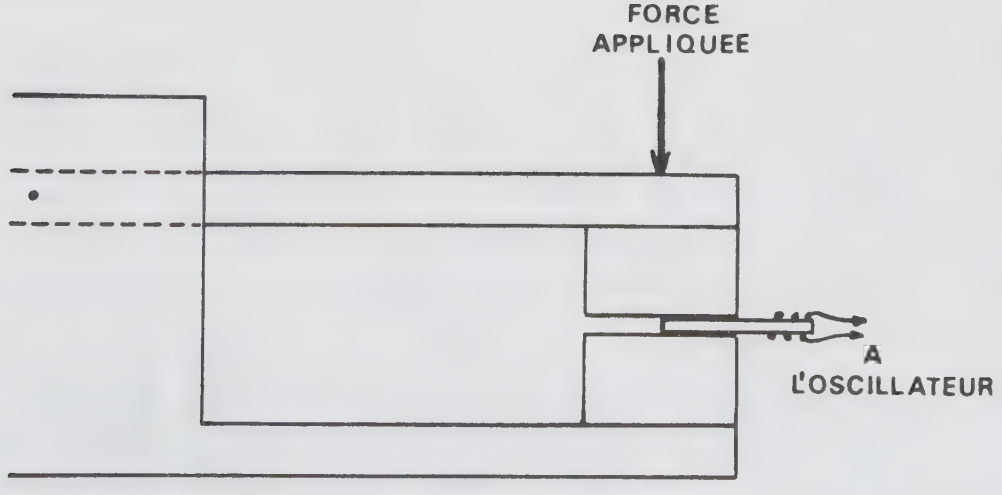


Tableau VIII-1

Spécifications des ferrites étudiés.

Fabricant et Désignation commerciale	LTT FN112-2002	LTT FN112-2003	LTT FN113-2003	LTT FN114 2002	LTT FN114 2004	RTC 3E2 4/2,2/1,1	BFI - J 40301 TC	BFI - J 40200 TC
Désignation dans nos études	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8
μ initiale (nominale)	2500	4000	4000	2500	7500	5000	5000	5000
Champ coercitif H_c (milliOersted)	100	100	100	100	70		80 typ.	80 typ.
Densité (g/cm^3)	4,2	4,6	4,6	4,2	5,0			
Température de Curie (min°C)	150	150	150	150	120	150	140	140
Diamètre et épaisseur du tore (mm)	1,8 x 1,0 x 0,8	1,8 x 1,0 x 0,8	1,3 x 0,8 x 0,5	3,5 x 2,0 x 1,5	3,5 x 2,0 x 1,5	4,0 x 2,2 x 1,1	3,5 x 1,8 x 1,3	2,5 x 1,3 x 1,3
$4\pi M_s$ (Gauss)	4500	4500	4500	4500	4200	4000	4000	4000

Module de Young $\simeq 1,5\ 10^6$ kg/cm^2
Résistance à la traction $\simeq$ 180 kg/cm^2
Résistance à l'écrasement $\simeq$730 kg/cm^2

VII - 2 ETUDE DE LA PERMEABILITE

Pour les quatre ferrites (F1, F2, F4, F5), nous avons étudié les perméabilités alternatives et réversibles. La première est la perméabilité mesurée en fonction de l'amplitude du champ de mesure pour un champ continu nul. La deuxième perméabilité est celle mesurée avec la superposition d'un champ magnétique continu au champ alternatif de mesure.

Les courbes VIII-3(a) à VIII-3(d) montrent les résultats de ces mesures. Nous remarquons :

i) que la perméabilité réversible est une fonction à décroissance monotone du champ magnétique continu, quelque soit la valeur de H_{alt} ;

ii) que la perméabilité alternative augmente légèrement, et tend vers une valeur limite dans cette gamme de mesure ;

iii) que lorsque les champs alternatif et continu tendent vers zéro, les perméabilités correspondantes tendent vers une même valeur, qui est la perméabilité initiale.

VIII- 3 CARACTERISATION DES PERMEABILITES ALTERNATIVE ET REVERSIBLE

Perméabilité réversible

Il est remarquable que les courbes de la perméabilité réversible sont décalées d'une quantité $\Delta\mu_1$ (fig. VIII-4) lorsque les champs de mesure sont respectivement beaucoup plus petit et beaucoup plus grand que le champ coercitif. Ce paramètre semble caractéristique du matériau.

La perméabilité vraie réversible est celle qui correspond à un champ très faible devant le champ coercitif (courbe en bas).

Perméabilité alternative

Examinons maintenant les courbes de perméabilité alternative. (fig. VIII-3). On peut dans une première approximation représenter ces

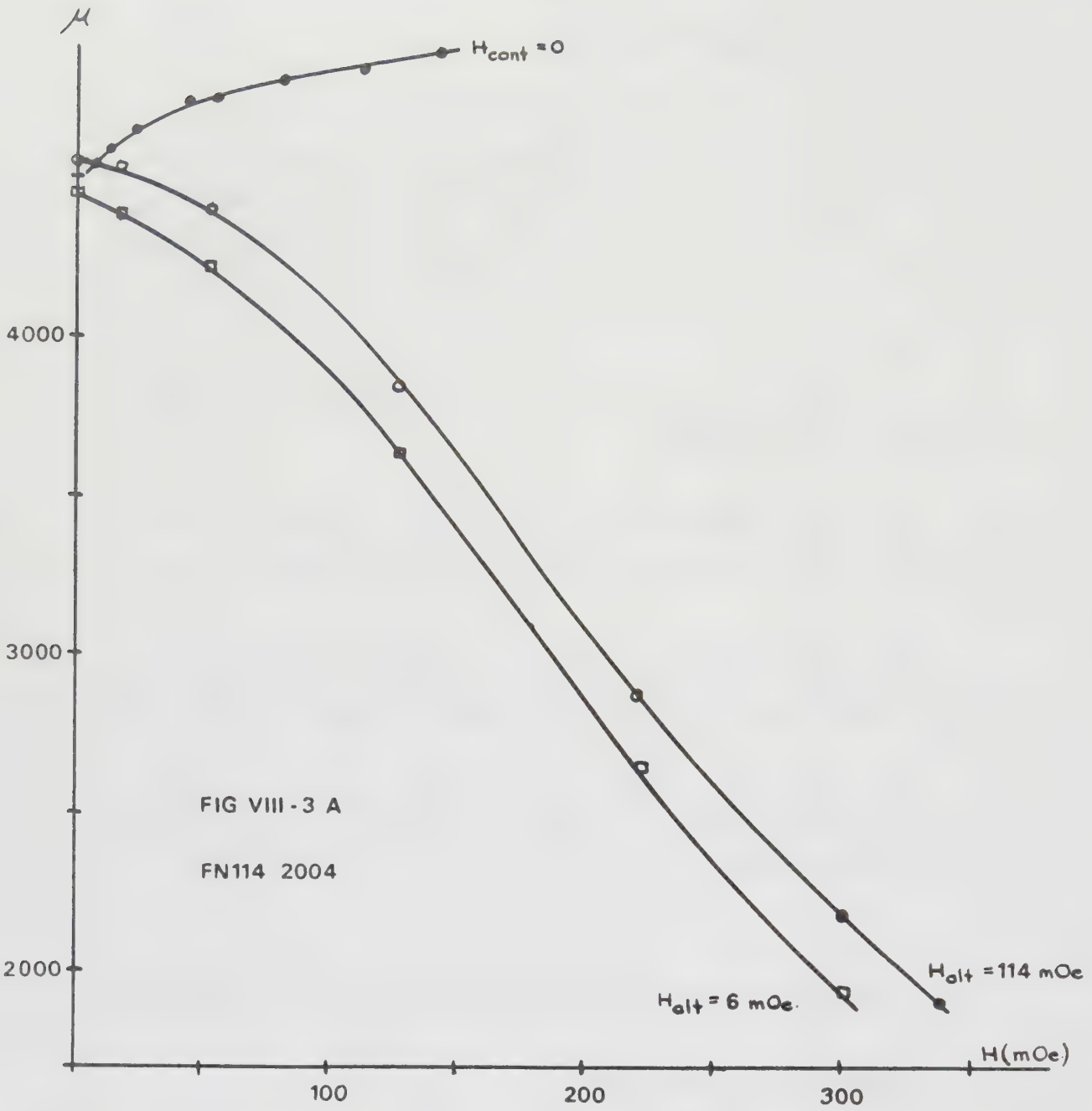


FIG VIII-3 A

FN114 2004

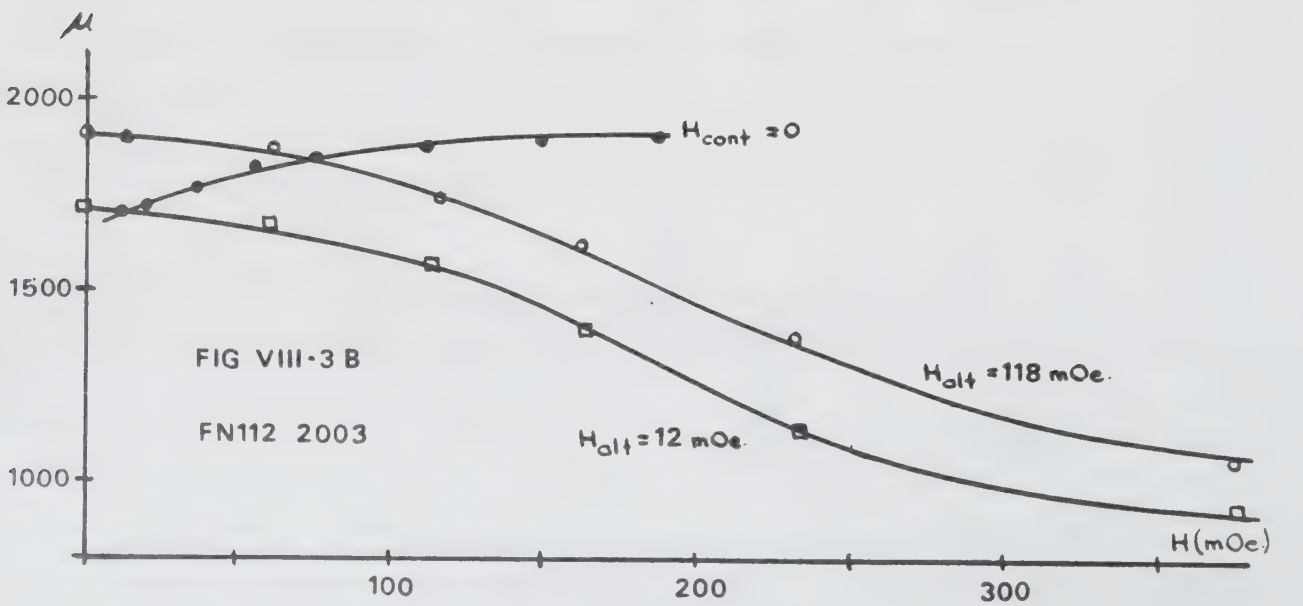


FIG VIII-3 B

FN112 2003

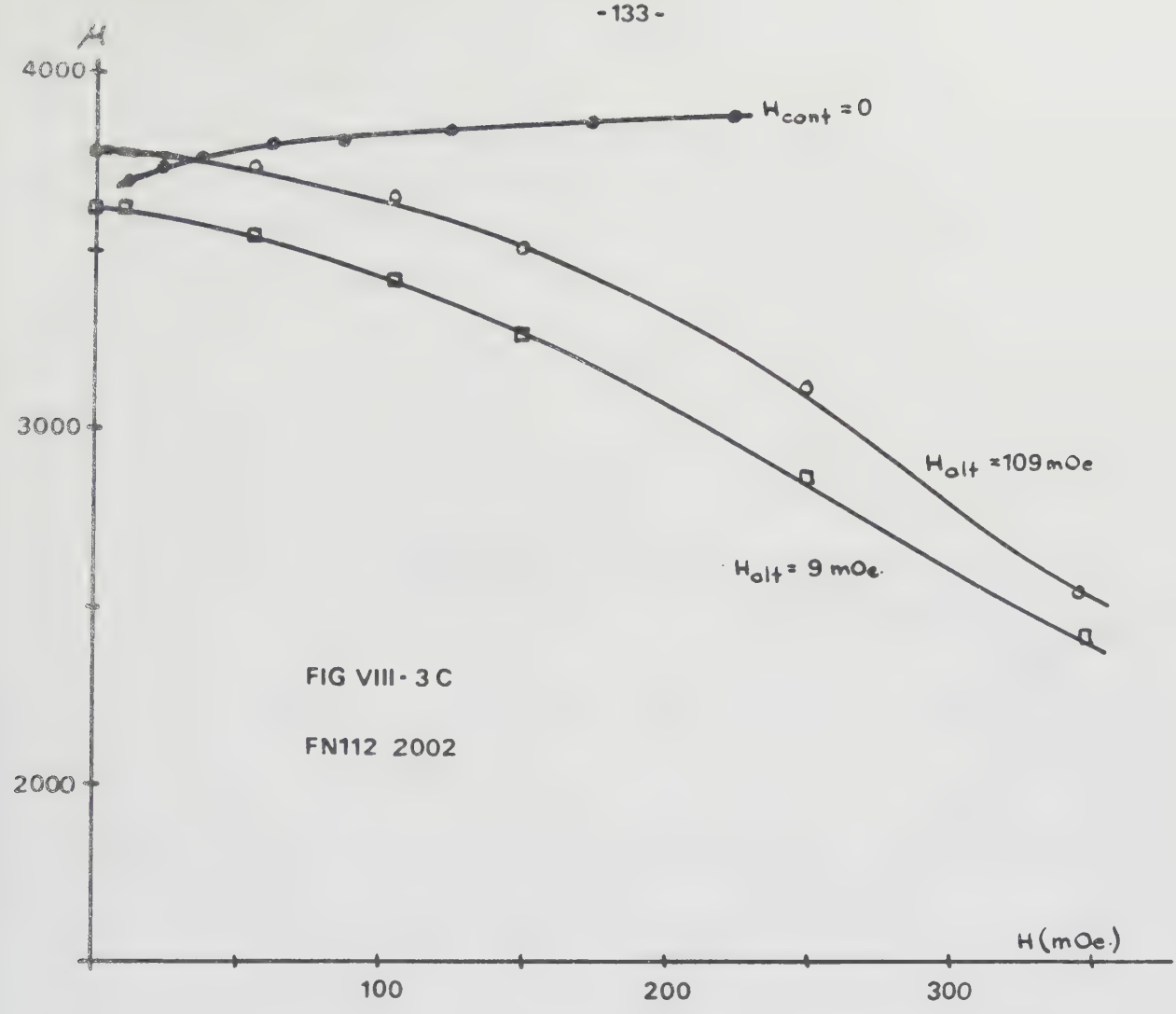


FIG VIII - 3 C

FN112 2002

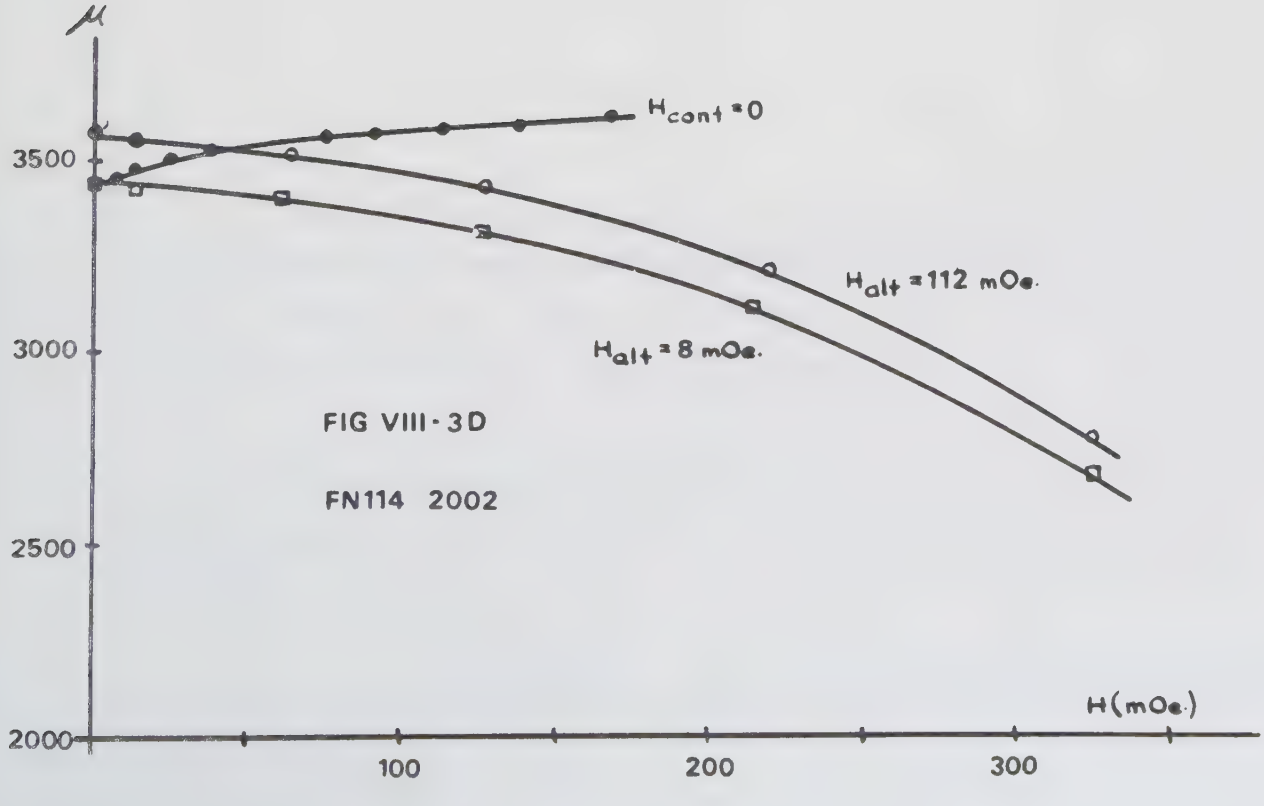


FIG VIII - 3 D

FN114 2002

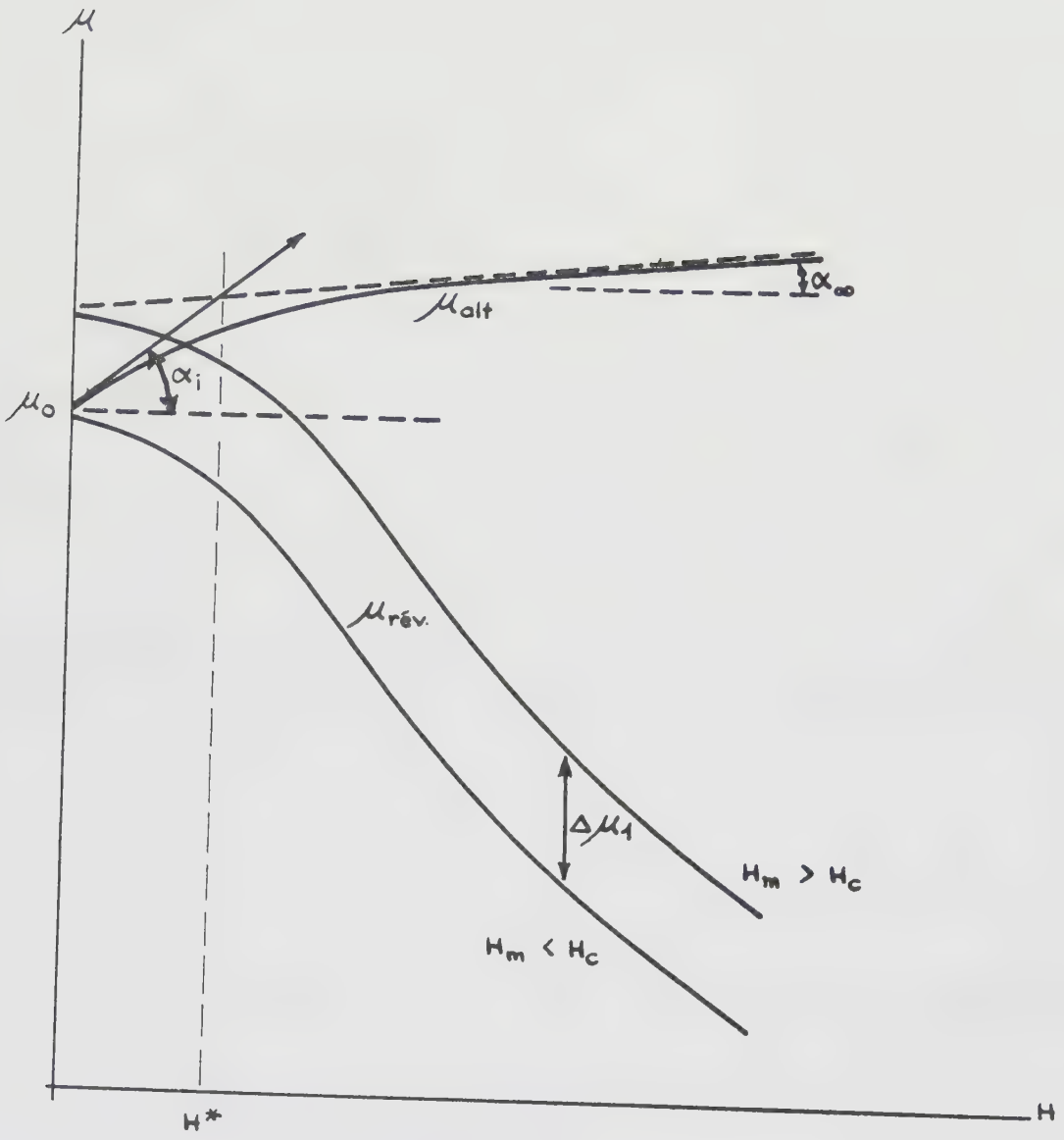


FIG VIII-4

courbes par deux droites : la première correspond à la pente initiale. Pour un champ élevé, la perméabilité alternative tend asymptotiquement vers la seconde droite. Ces deux droites se coupent sensiblement à l'endroit où se situe le maximum de la mémoire.

D'un autre côté, l'ordonnée à l'origine de l'asymptote est décalée de μ_o de la grandeur $\Delta\mu_1$. La valeur de $\Delta\mu_1$ que l'on trouve pour $H > H_c$ correspond donc à la différence entre l'asymptote et μ_o (fig. VIII-4). D'après les résultats expérimentaux, on peut représenter μ_{alt} par deux relations : (voir paragraphe VI-3)

$$\mu_{alt} = \mu_o + 4\pi\ \alpha_i\ H_m \qquad (H_m < H_c) \qquad \text{(VIII-1)}$$

$$\mu_{alt} = \mu_o + \Delta\mu_1 + 4\pi\ \alpha_\infty\ H_m \qquad (H_m > H_c) \qquad \text{(VIII-2)}$$

H_m est l'amplitude du champ alternatif de mesure, c'est-à-dire la moitié de sa valeur crête à crête.

L'intersection des deux droites se trouve à :

$$H^* = \frac{\Delta\mu_1}{4\pi\ (\alpha_i - \alpha_\infty)} \qquad \text{(VIII-3)}$$

Si $H < H_c$, on peut supposer que les calculs dans le domaine de Rayleigh s'appliquent. Nous interprétons la perméabilité alternative comme la perméabilité à champ nul, c'est-à-dire la perméabilité moyenne différentielle autour de l'aimantation rémanente.

A partir des figures VIII-3(a) à VIII-3(d), nous établissons le tableau VIII-2. Le champ coercitif n'étant pas mesuré, la valeur indiquée est celle donnée par le fabricant. Nous trouvons expérimentalement que :

$\dfrac{4\ \pi(\alpha_i - \alpha_\infty)\ H_c}{\Delta\mu_1}$ est sans dimension et de l'ordre de deux.

Tableau VIII-2

Ferrite	μ_o	$\Delta\mu_1$	$4\pi\ \alpha_i$	$4\pi\ \alpha_\infty$	H_c(Oe)	$\frac{4\pi\alpha_i H_c}{\mu_o}$	$\Delta\mu_1/\mu_o$
FN114 2004	4450	200	6100	1300	0,07	0,096	0,045
FN112 2003	1720	220	6100	420	0,1	0,35	0,128
FN112 2002	3620	150	2740	380	0,1	0,075	0,041
FN114 2002	3440	110	2750	505	0,1	0,08	0,032

Ferrite	α_i/α_∞	$H^*(\frac{2}{3}\mu_o)$	$\frac{d\mu_o}{dH}$	$\frac{\Delta\mu_1}{4\pi\ \alpha_i}$	$\frac{4\pi\ (\alpha_i - \alpha_\infty)\ H_c}{\Delta\ \mu_1}$
FN114 2004	4,7	0,190	3580	0,032	1,68
FN112 2003	14,5	0,230	400	0,036	2,58
FN112 2002	7,2	0,350	650	0,054	1,57
FN114 2002	5,4	0,400	800	0,040	2,04

VIII-4 ETUDE STATISTIQUE DES TORES 2003 (Ferrites F3)

Cette étude, effectuée sur vingt-trois tores semblables du même matériau, a été entreprise pour déterminer en particulier la reproductibilité de la magnétoélasticité des échantillons. La pression s'étend de zéro à 260 kgf/cm^2. Le champ magnétique alternatif est de l'ordre de 100 à 125 mOe. Après calibration des appareils de mesure, nous avons effectué les mesures suivantes :

i) désaimantation du tore, ensuite mesure de la perméabilité μ_1;
ii) application de la pression, suivie d'une mesure de la perméabilité μ_2;
iii) suppression de la force, et mesure de la perméabilité μ_3.

Les courbes VIII-5(a) à VIII-5(d) montrent l'évolution de l'inverse de la perméabilité $1/\mu_2$ en fonction de la pression. Nous constatons :

i) la relativement bonne linéarité de ces courbes ;
ii) une dispersion très importante des valeurs de la perméabilité initiale μ_1, dans un rapport de 1 à 2,5.

iii) une dispersion moins importante de la pente, dans un rapport de 1 à 1,6.

Ces courbes donnent l'inverse de la perméabilité en fonction de la pression. Cependant, nous avons calculé le rapport entre la perméabilité sous une pression de 100 kgf/cm^2 et celle à pression nulle. Sur la figure (VIII-6) nous portons cette valeur en fonction de la perméabilité μ_1. Remarquons la corrélation nette entre ces paramètres : plus la perméabilité μ_1 est importante, plus important en pourcentage est le changement de perméabilité pour une pression donnée.

La courbe de la figure VIII-7 montre par contre qu'il n'y a pas de corrélation entre la magnétosensibilité (définie comme la pente des courbes VIII-5) et la perméabilité μ_1. Pour le calcul de cette pente, nous avons supposé que le phénomène est linéaire entre 0 et 100 kgf/cm^2.

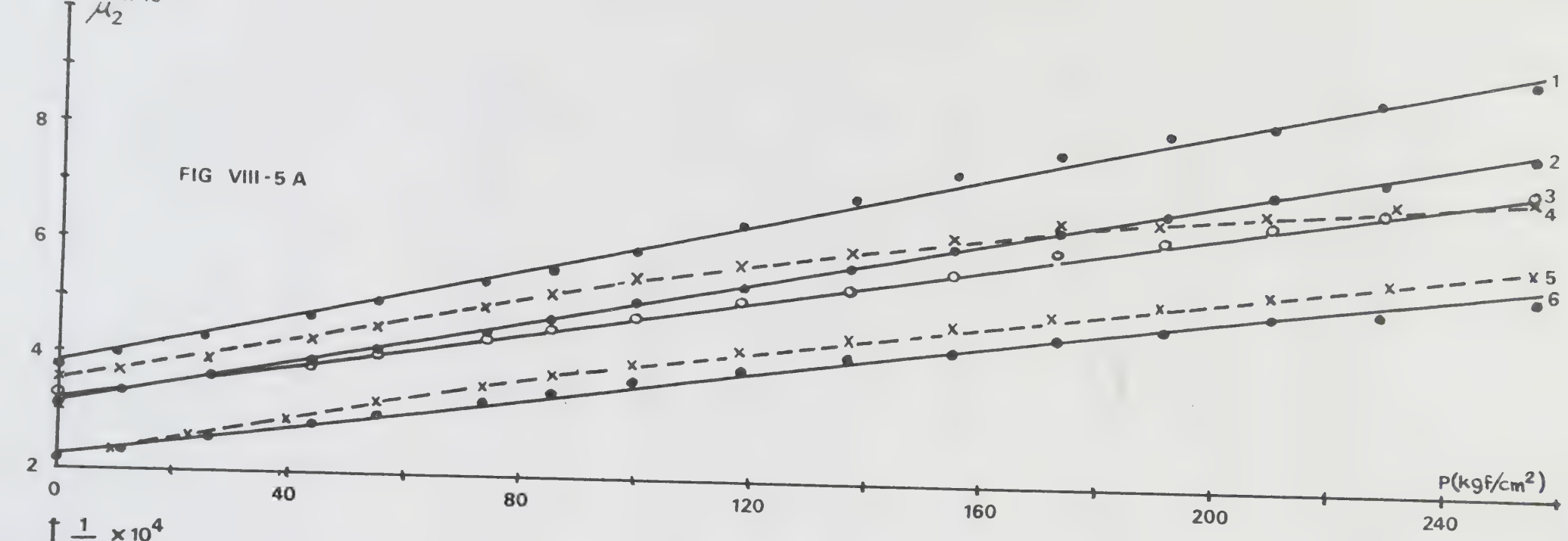


FIG VIII-5 A

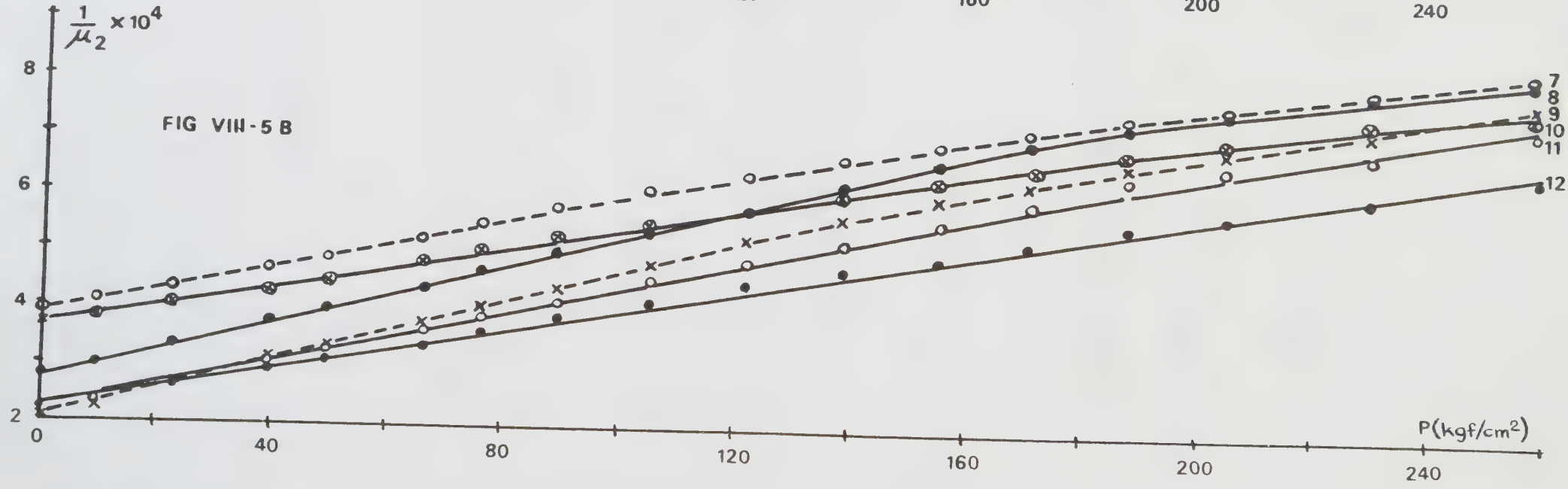


FIG VIII-5 B

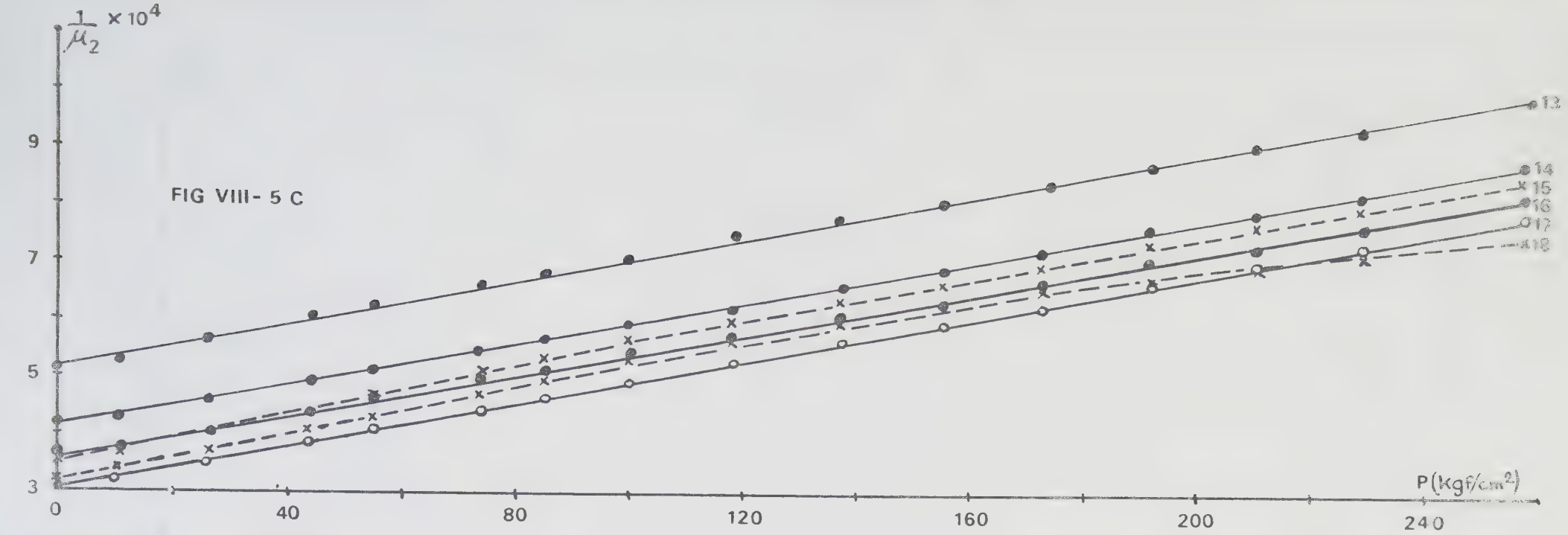


FIG VIII-5 C

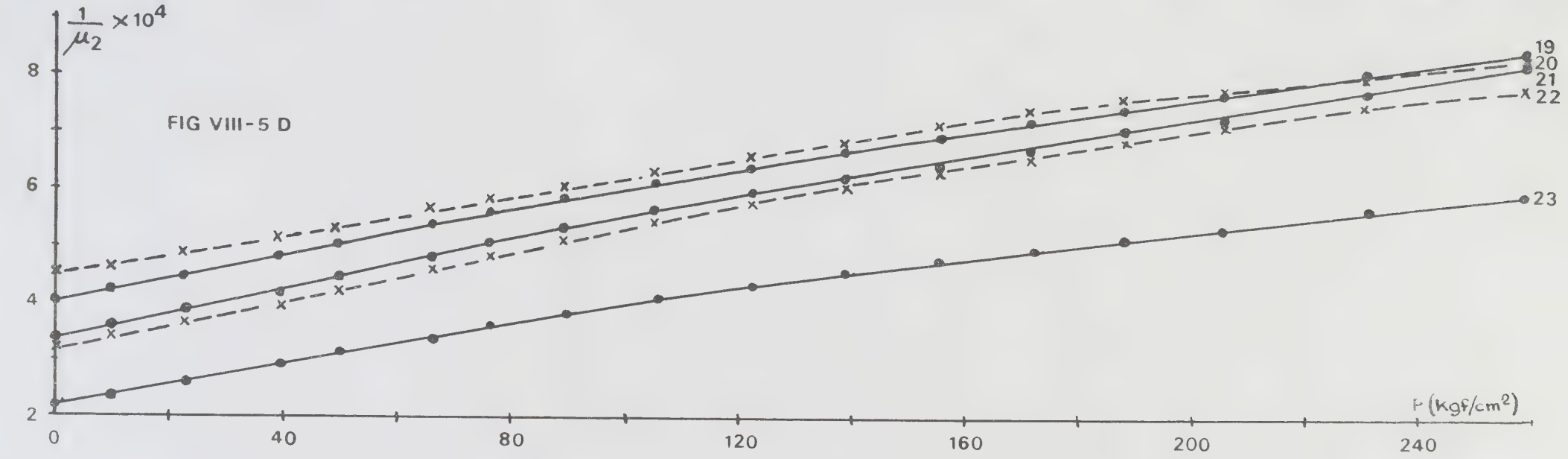


FIG VIII-5 D

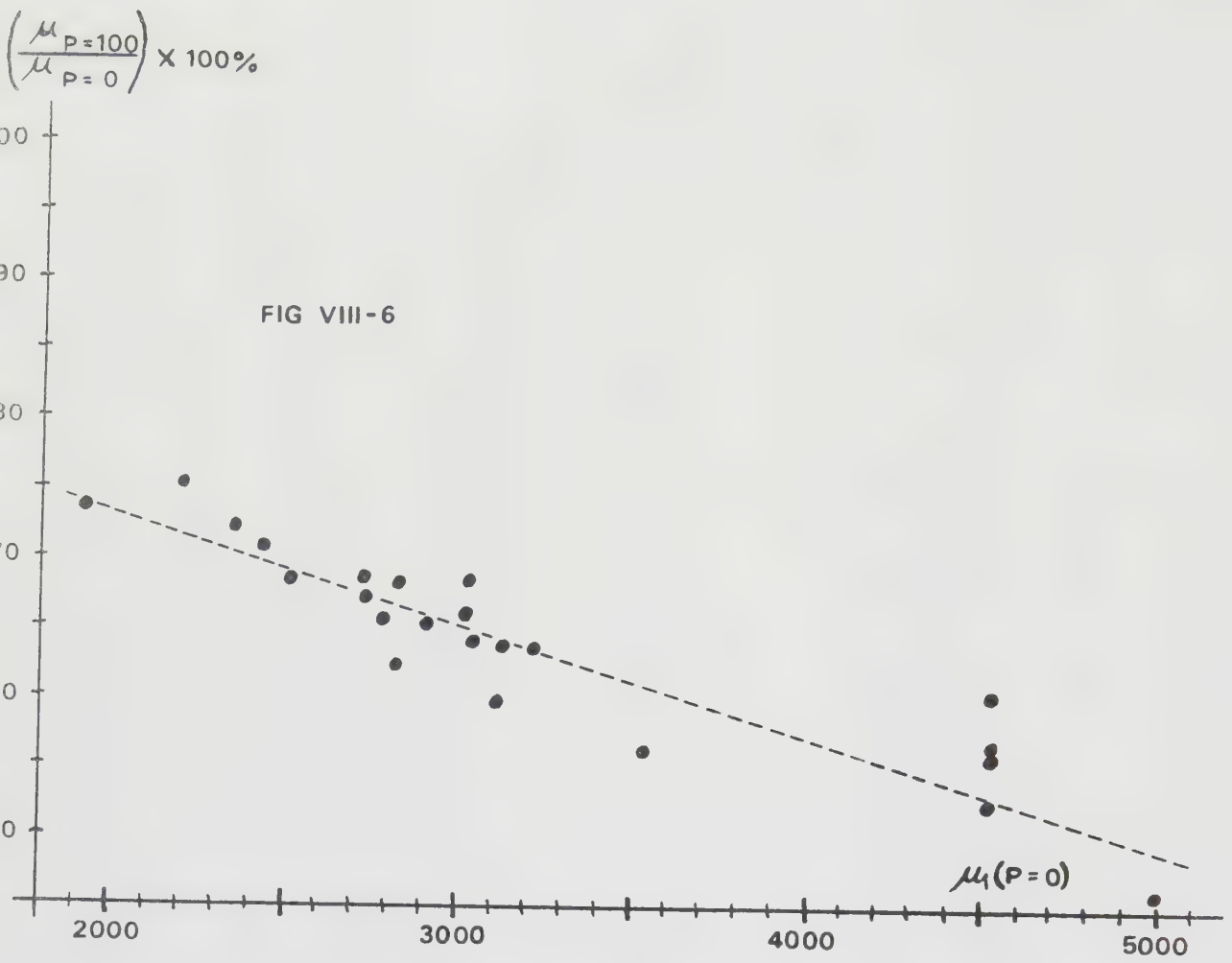


FIG VIII-6

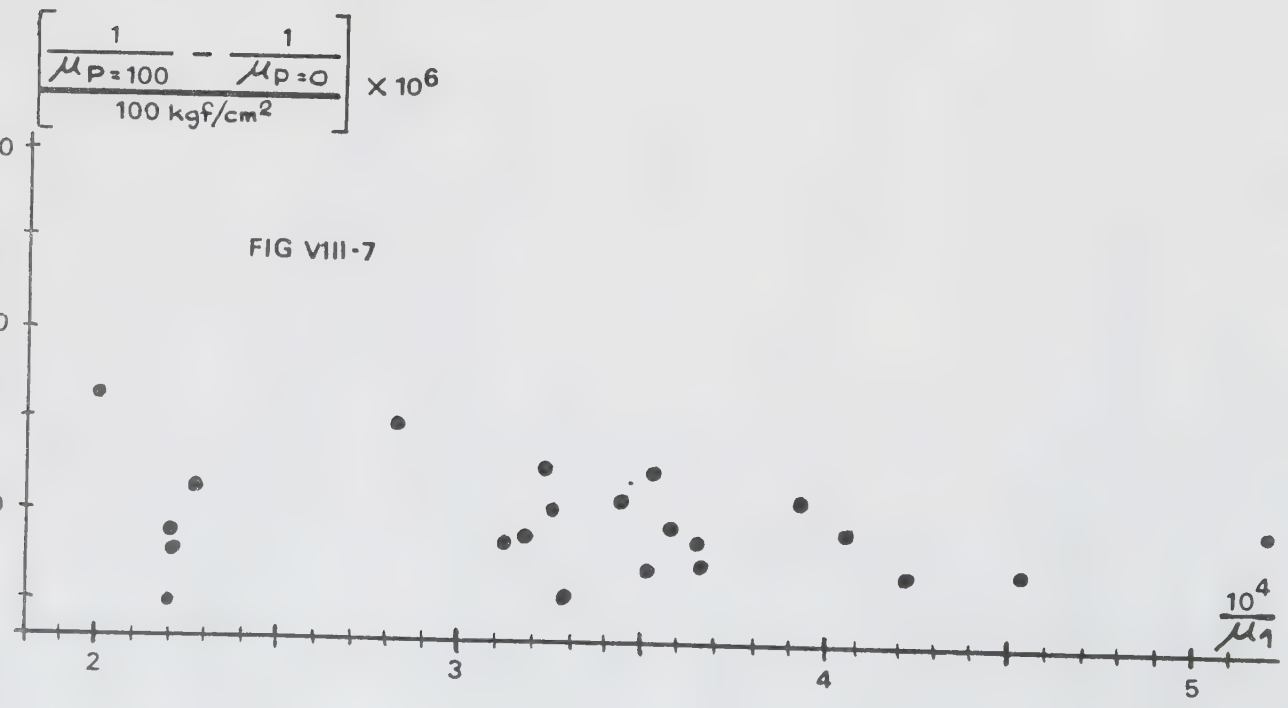


FIG VIII-7

VIII-5 ETUDE DE LA POROSITE INTERGRANULAIRE

Cette étude repose en fait, sur une statistique des tores 2003. L'histogramme de la distribution de la perméabilité initiale est celle de la figure VIII-8. Nous faisons l'hypothèse que les pores intergranulaires sont responsables de la grande dispersion de la perméabilité. Définissons :

- V, le volume du tore,
- γ, le nombre de pores intergranulaires dans le tore de volume V,
- r, le rayon moyen d'un pore,
- v, le pourcentage volumique des portes intergranulaires, c'est-à-dire, la porosité. Pour des pores sphériques,

$$v = \frac{1}{V}\left(\frac{4\pi}{3} r^3\right)\gamma \qquad \text{(VIII-4)}$$

Il est à remarquer que γ et v sont proportionnels de telle sorte que leurs valeurs moyennes le sont aussi :

$$\overline{v} = \frac{1}{V}\left(\frac{4\pi}{3} r^3\right)\overline{\gamma} \qquad \text{(VIII-5)}$$

Nous supposons que γ suit la loi de Poisson : $P(X = k) = \frac{e^{-\alpha}\alpha^k}{k!}$.

La susceptibilité est définie par : (Chevallier, Zeller, Bolfa)

$$\frac{1}{\chi} = \frac{1}{\chi_0} + vN, \qquad \text{(VIII-6)}$$

équation dans laquelle :

- χ est la susceptibilité réelle,
- χ_0 est la susceptibilité sans porosités,
- N est le facteur démagnétisant.

Les équations VIII-4 et VIII-6 nous conduisent à :

$$\frac{1}{\chi} = \frac{1}{\chi_0} + \frac{1}{V}\left(\frac{4\pi}{3} r^3 N\right)\gamma \qquad \text{(VIII-7)}$$

Pour les ferrites de manganèse zinc, la perméabilité μ est sensiblement égale à $4\pi\chi$, et nous avons ainsi :

$$\frac{r^3 N}{3V}\gamma = \frac{1}{\mu} - \frac{1}{\mu_o} \qquad \text{(VIII - 8)}$$

Nous prenons comme origine pour l'histogramme (fig. VIII- 8) : $\frac{10^4}{\mu} = 1{,}5$, valeur à partir de laquelle nous définissons :

$$x = 4\left(\frac{10^4}{\mu} - 1{,}5\right) \qquad \text{(VIII - 9)}$$

La valeur de la perméabilité qui correspond à $x = 0 = x_o$ est donc la perméabilité maximum ($\mu \simeq 6667$). Les deux dernières équations mènent à :

$$x = \frac{4.10^4}{3} \frac{r^3 N}{V} \gamma = C\gamma \qquad \text{(VIII - 10)}$$

Nous calculons maintenant $E(x)$ et $E(x^2)$. Pour la distribution de Poisson $E(x) = V(x) = \alpha$, α étant le paramètre statistique. D'après des théorèmes fondamentaux en statistiques :

$$V(X) = E(X^2) - E^2(X),$$

d'où $E(X^2) = V(X) + E^2(X)$

$$= E(X) + E^2(X)$$

$$\text{et } E\left((CX)^2\right) = C^2 E(X^2) \qquad \text{(VIII - 11)}$$

$$= C^2 \left(E(X) + E^2(X) \right), \text{ C étant une constante}$$

Nous avons dans notre cas :

$$E(x) = \left(\frac{4}{3} \cdot 10^4 \frac{r^3 N}{V} \right) \bar{\gamma} \qquad \text{(VIII - 12)}$$

$$E(x^2) = \left(\frac{4}{3} 10^4 \frac{r^3 N}{V}\right)^2 (\bar{\gamma}^2 + \bar{\gamma}) \qquad \text{(VIII - 13)}$$

D'après ces deux équations,

$$\frac{E(x^2)}{E^2(x)} = \frac{\bar{\gamma}^2 + \bar{\gamma}}{\bar{\gamma}^2} = 1 + \frac{1}{\bar{\gamma}} \qquad \text{(VIII - 14)}$$

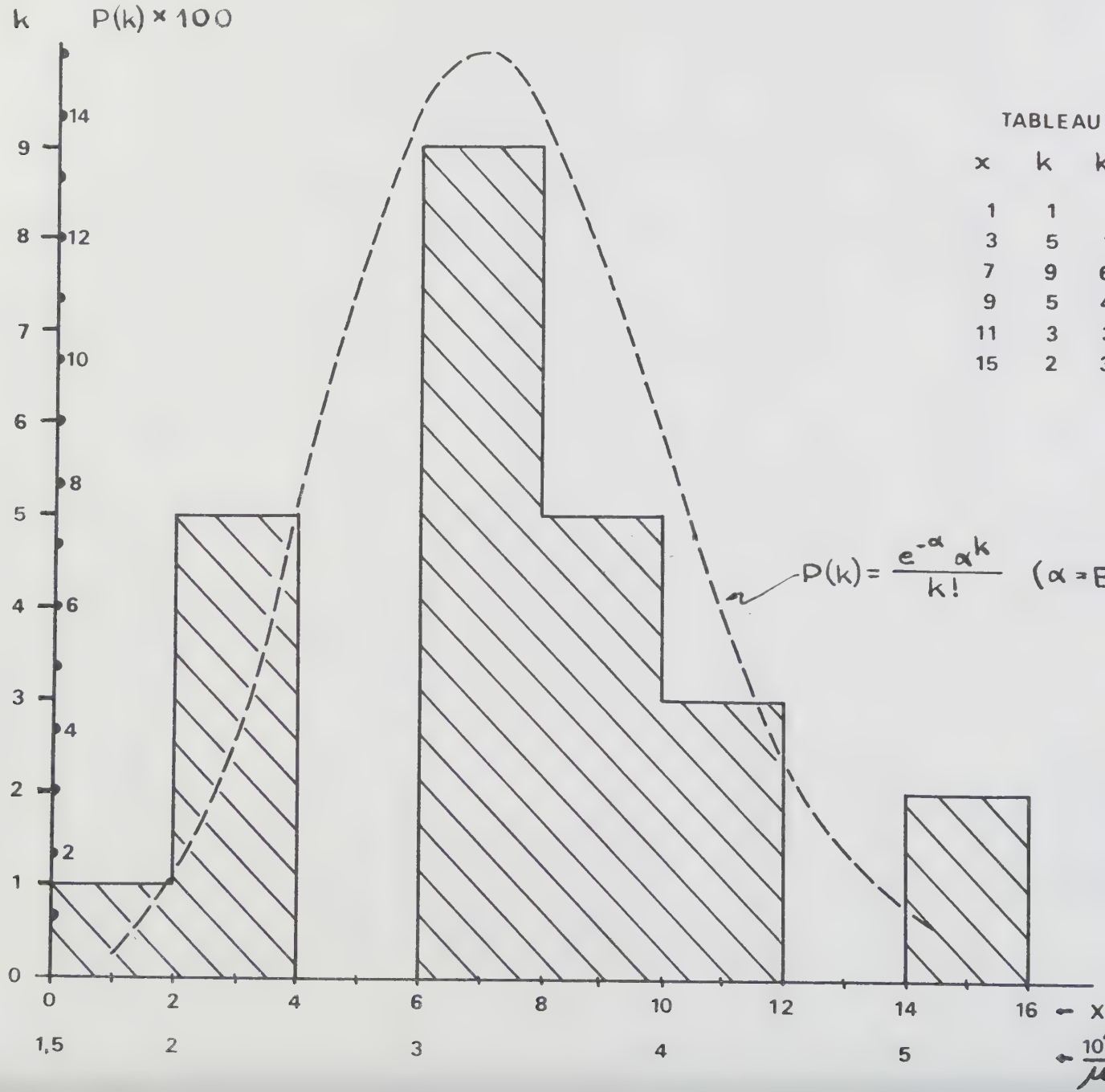


TABLEAU VIII - 3

x	k	kx	kx²
1	1	1	1
3	5	15	45
7	9	63	441
9	5	45	405
11	3	33	363
15	2	30	450

$$P(k) = \frac{e^{-\alpha}\,\alpha^{k}}{k!} \qquad (\alpha = E(x) = 7{,}48)$$

Fig VIII - 8

Le tableau VIII-3 nous donne : $E(x^2) = 68,2$

$E^2(x) = 56,0$

La valeur de $\overline{\gamma}$ est donc $\overline{\gamma} = 4,56$. En développant l'équation VIII-12 :

$$\frac{E(x)}{\overline{\gamma}} = \frac{4}{3}\ 10^4\ \frac{r^3\ N}{V} = \frac{7,48}{4,56} = 1,64 \qquad \text{(VIII - 15)}$$

et $\frac{r^3 N}{V} = 1,23\ 10^{-4}$

Le volume du tore $V = 0,41\ 10^{-3}\ cm^3$ et donc $(r^3 N) \simeq 0,5\ 10^{-7}\ cm^3$.

Pour quelques valeurs de r et N, nous trouvons :

$r = 100\ \mu$	$= 10^{-2}$ cm	$N = 0,05$
$r = 25\ \mu$	$= 25\ 10^{-4}$ cm	$N = 3,2$
$r = 10\ \mu$	$= 10^{-3}$ cm	$N = 50$

Une valeur raisonnable pour le facteur démagnétisant est $N = 3,2$ valeur pour laquelle $r = 25\ \mu$. L'équation VIII-5 nous donne, pour la porosité :

$$\overline{v} = \frac{1}{V}\left(\frac{4\pi}{3}\ r^3\right)\overline{\gamma}$$

$$= \frac{4,56 \times 4\pi \times 25^3 \times 10^{-9}}{3 \times 0,41}$$

$$\simeq 0,07\ \%$$

Cette faible valeur de la porosité correspond au fait que la majeure partie des pores est entourée de structures de fermeture secondaires.

VIII - 6 ETUDE DE LA PROPRIETE MAGNETOELASTIQUE

Nous avons voulu étendre l'étude précédente en introduisant un champ magnétique continu. Quatre types de tores ont été choisis (F1, F2, F4, F5). La pression varie de zéro à 400 kgf/cm^2, et le champ magnétique continu de zéro à 550 mOe. La méthode expérimentale est celle de l'étude statistique, avec champ magnétique continu superposé au champ alternatif.

La série de courbes (VIII-9) à (VIII-12) montre l'inverse de la perméabilité $1/\mu_2$ en fonction de la pression appliquée, avec le champ magnétique continu comme paramètre variable. Les courbes (a) sont celles pour lesquelles le champ alternatif est situé aux environs de $H_c/10$, pour les courbes (b) le champ alternatif vaut environ H_c. Nous avons défini la sensibilité magnétoélastique comme la pente de ces courbes, c'est-à-dire la variation de l'inverse de la perméabilité par unité de pression. La courbe VIII-13 indique cette valeur pour les quatre tores en fonction du champ magnétique continu pour les deux valeurs du champ magnétique alternatif. Nous constatons :

i) la bonne linéarité de $1/\mu_2$ en fonction de P, quelque soit la valeur du champ magnétique continu ;

ii) comme pour l'étude statistique (paragraphe VIII-4) qu'il n'y a aucune corrélation entre la perméabilité initiale μ_o et la sensibilité magnétoélastique :

Tore	μ_o	Position de la courbe sur la fig. VIII-13
FN114 2004	4500	3°
FN112 2002	3700	2°
FN114 2002	3500	1°
FN112 2003	1800	4°

iii) que la sensibilité magnétoélastique est quasi indépendante à la fois du champ magnétique continu et du champ magnétique alternatif, comme nous l'avons déjà signalé dans la partie théorique (paragraphe V-1).

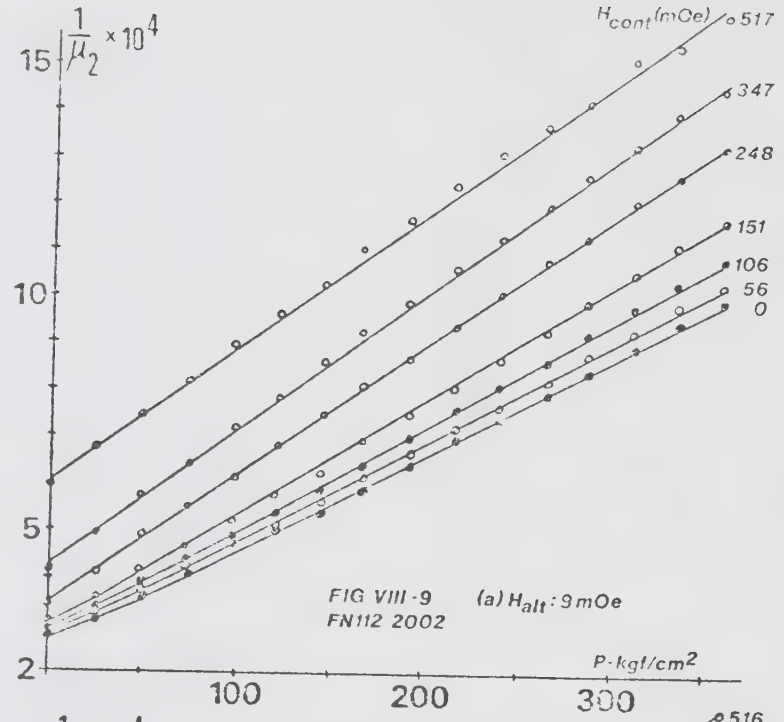
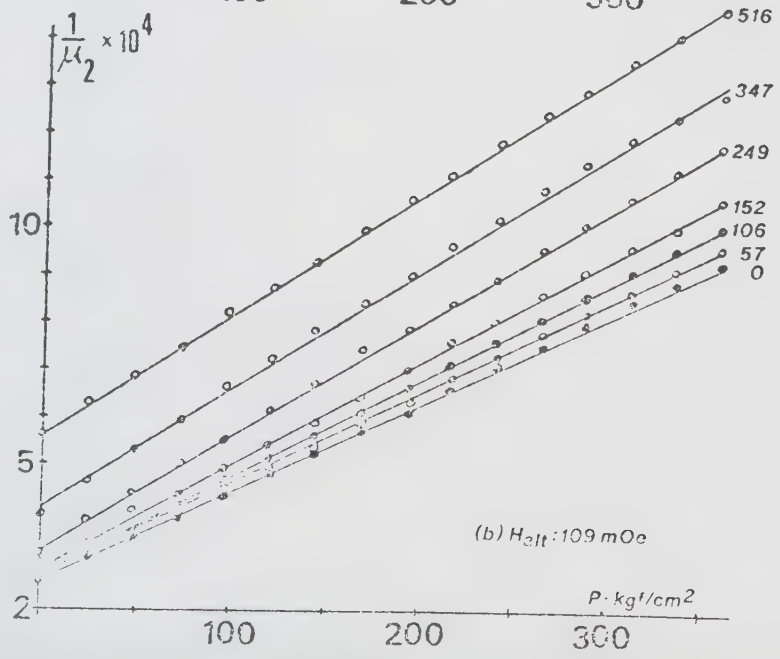


FIG VIII-9 (a) H_{alt}: 9 mOe
FN112 2002



(b) H_{alt}: 109 mOe

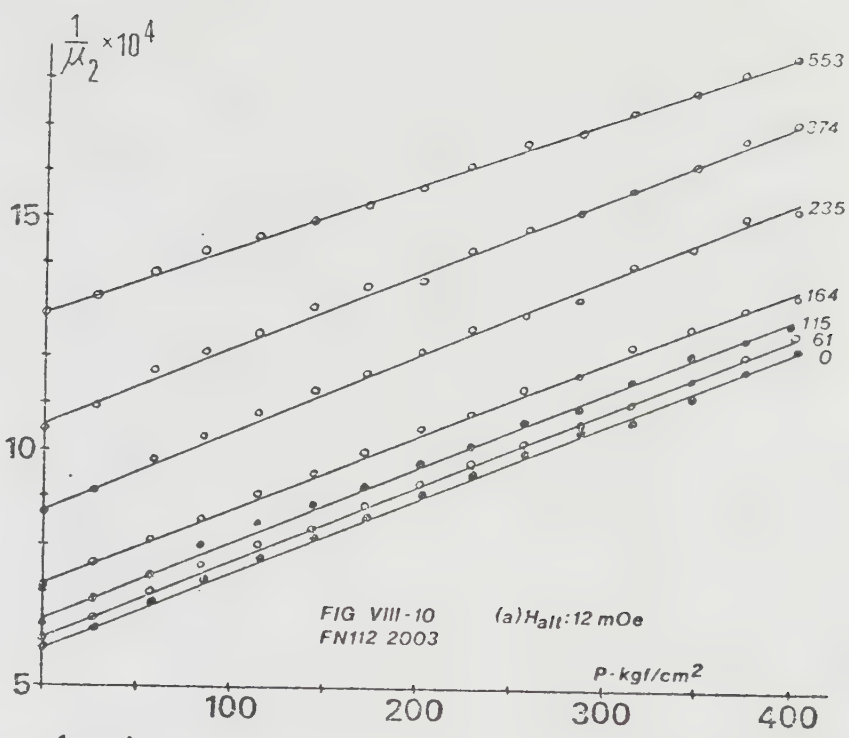
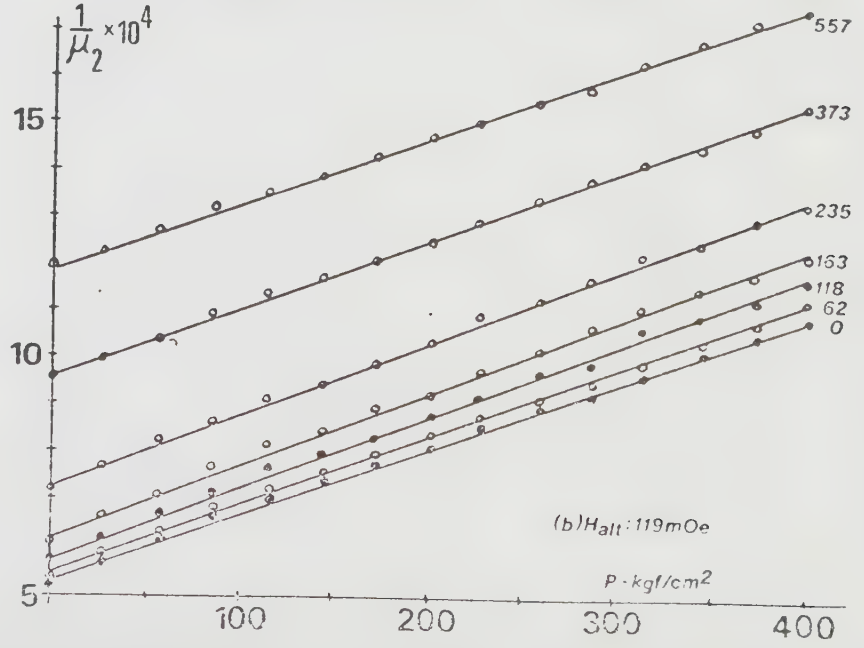


FIG VIII-10 (a) H_{alt}: 12 mOe
FN112 2003



(b) H_{alt}: 119 mOe

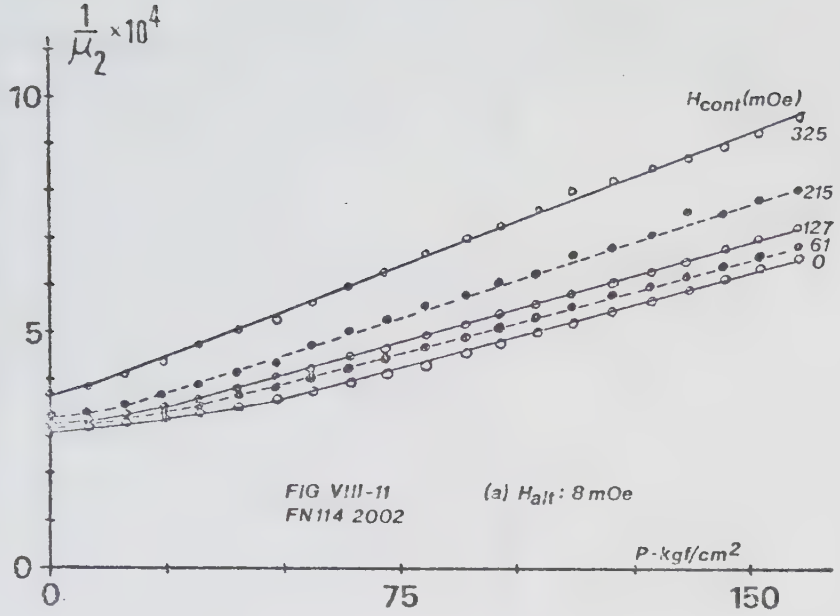


FIG VIII-11
FN114 2002

(a) H_{alt} : 8 mOe

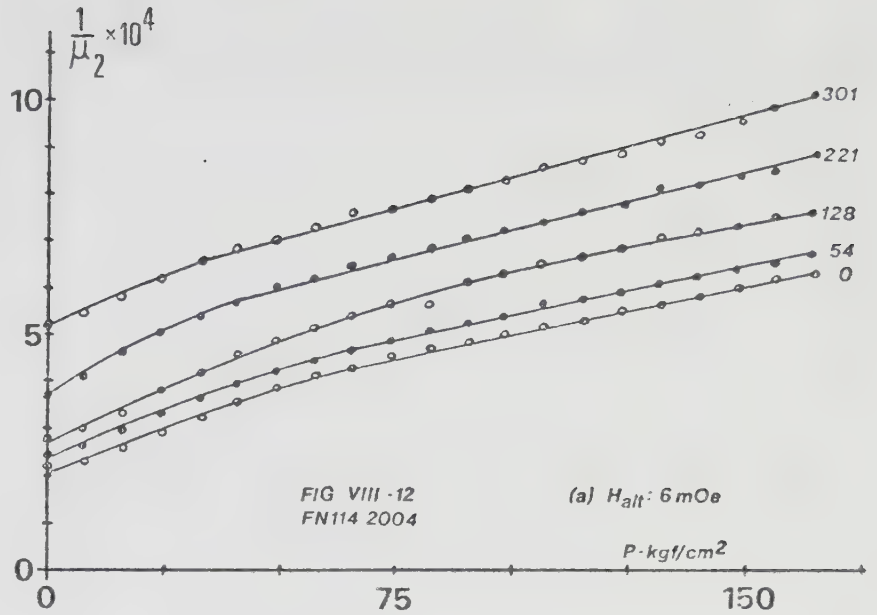
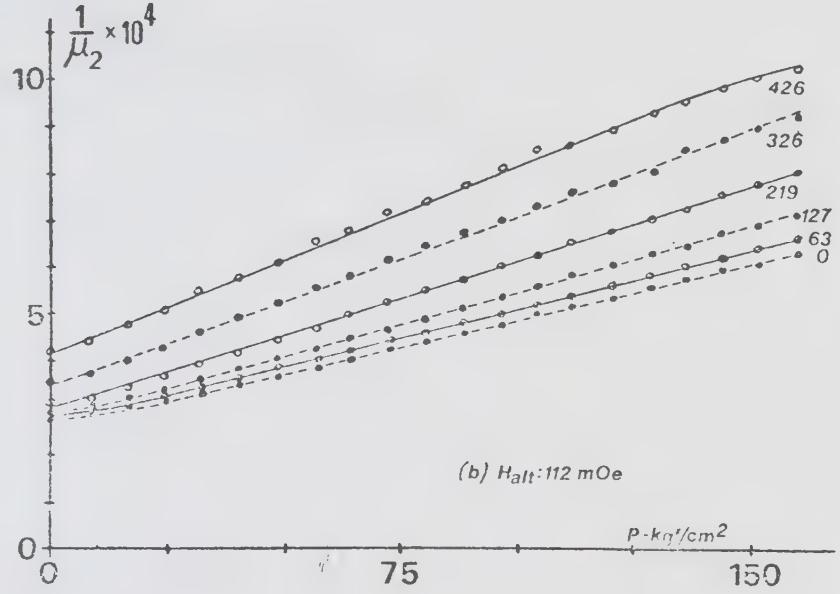
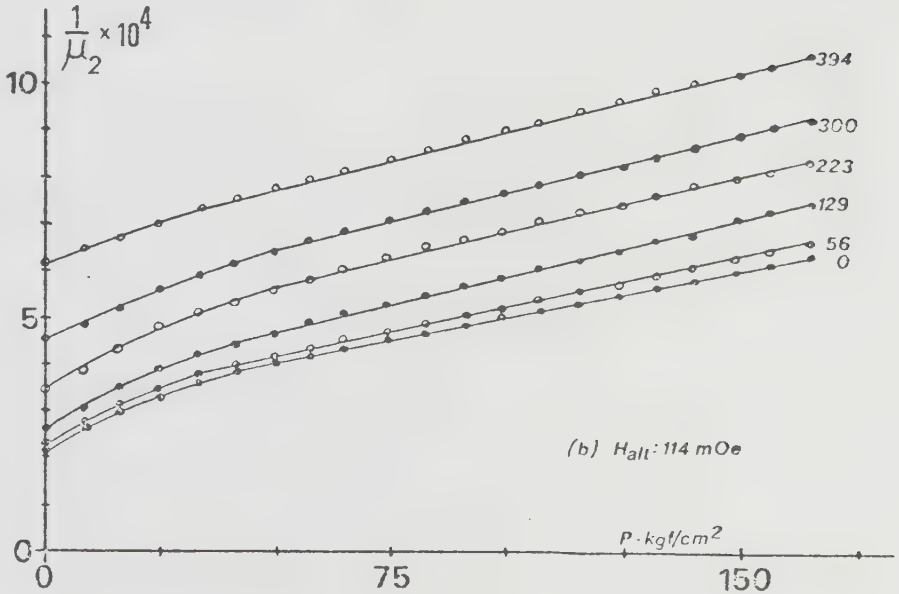


FIG VIII-12
FN114 2004

(a) H_{alt} : 6 mOe



(b) H_{alt} : 112 mOe



(b) H_{alt} : 114 mOe

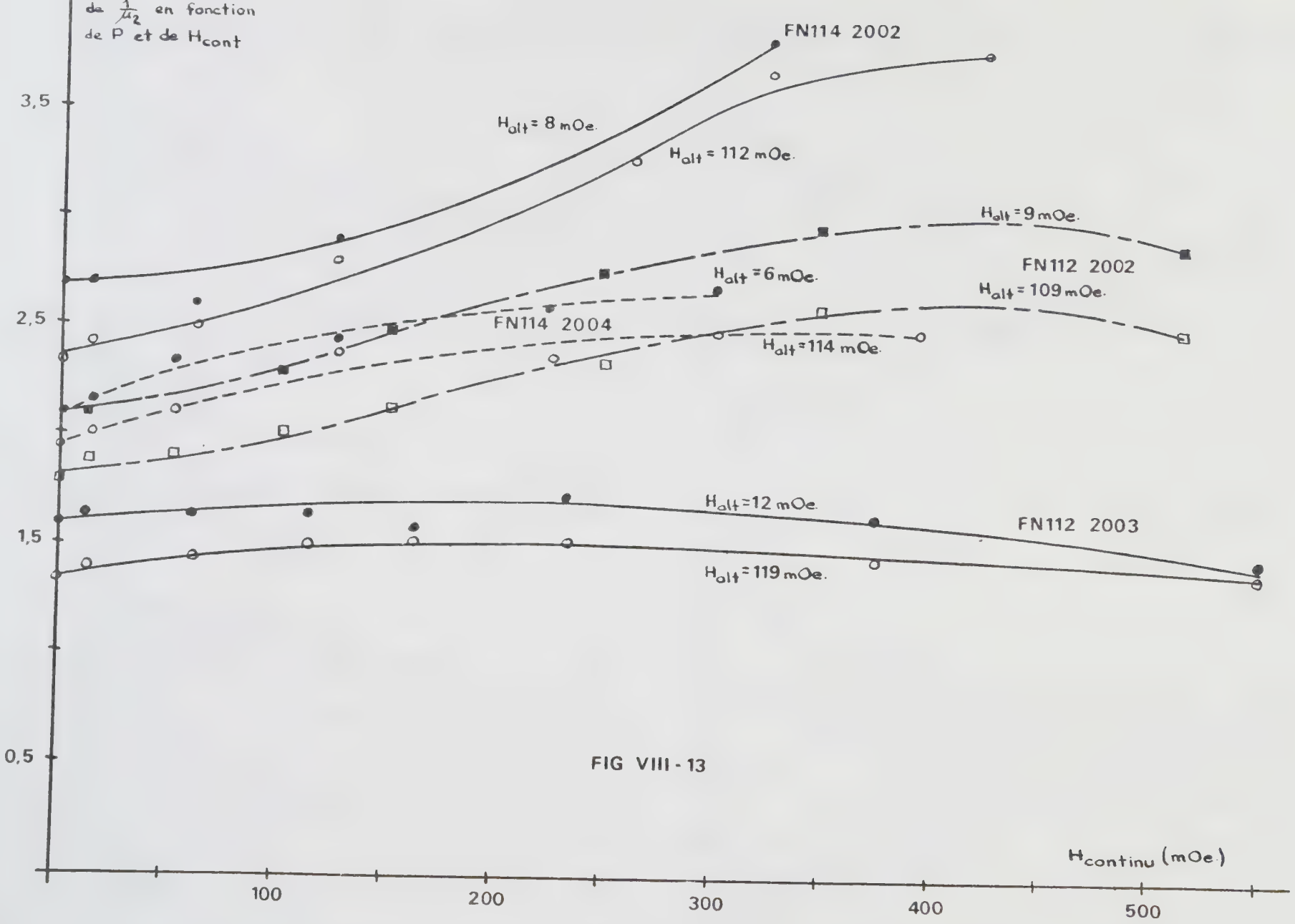

de $\frac{1}{\mu_2}$ en fonction
de P et de H_{cont}
FN114 2002
H_{alt} = 8 mOe.
H_{alt} = 112 mOe.
H_{alt} = 9 mOe.
H_{alt} = 6 mOe.
FN112 2002
H_{alt} = 109 mOe.
FN114 2004
H_{alt} = 114 mOe.
H_{alt} = 12 mOe.
FN112 2003
H_{alt} = 119 mOe.
3,5
2,5
1,5
0,5
100
200
300
400
500
$H_{continu}$ (mOe.)

FIG VIII - 13

Bien que nous ne donnions pas les courbes, nous avons constaté cette même indépendance pour les trois autres matériaux (F6, F7,F8).

VIII - 7 ETUDE DU CYCLAGE

Les deux études précédentes n'ont montré que les changements de la perméabilité μ_2 avec la pression. Dans cette troisième étude nous avons examiné l'effet dit "de cyclage" : l'évolution de la perméabilité avec des cycles d'application et de suppression d'une force donnée. Cet effet se manifeste par une différence non-négligeable entre μ_1 et μ_3 pour une valeur donnée du champ magnétique alternatif et de la pression. Nous traitons ici l'évolution de cette différence en fonction du nombre d'applications de la même force. Dans la partie suivante, nous examinerons cette "mémoire" en fonction de l'intensité du champ magnétique.

A partir d'une désaimantation initiale (dont la perméabilité correspondante est $\mu_{1(\text{initiale})}$) des trois types de tores (F6, F7, F8) nous avons effectué deux sortes de mesures. La fréquence du champ était de 160 KHz. Les méthodes expérimentales sont les suivantes :

Méthode 1 : i) Mesure de la perméabilité μ_1 ;
ii) Application de la pression, suivi d'une mesure de μ_2;
iii) suppression de la force, et mesure de μ_3 ;
iv) Répétition (15 fois) de ii) sans désaimantation du tore

Méthode 2 : i) mesure de la perméabilité μ_1;
ii) application de la pression, suivi d'une mesure de μ_2;
iii) suppression de la force, et mesure de μ_3 ;
iv) répétition (15 fois) de i) avec désaimantation du tore

Sur les figures VIII-14 et VIII-15 nous portons sur l'axe des ordonnées les valeurs des perméabilités relatives à la perméabilité $\mu_{1(\text{initial})}$. Le chiffre 'n' sur l'abscisse indique la $n^{\text{ième}}$ application de la force. Pour les courbes VIII-14 deux groupes de perméabilités sont indiqués : ceux du haut, les rapports $\mu_3/\mu_{1(\text{initiale})}$, ceux du bas, $\mu_2/\mu_{1(\text{initiale})}$.

Les courbes VIII-15 montrent en plus les rapports $\mu_1/\mu_{1(\text{initiale})}$.

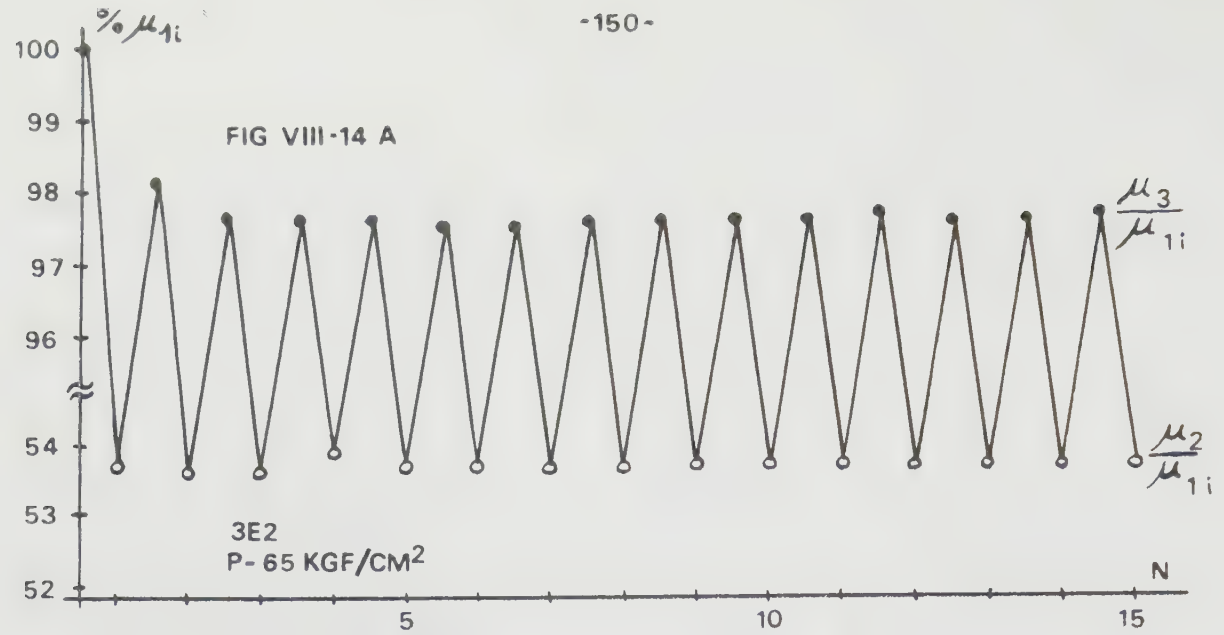


FIG VIII-14 A

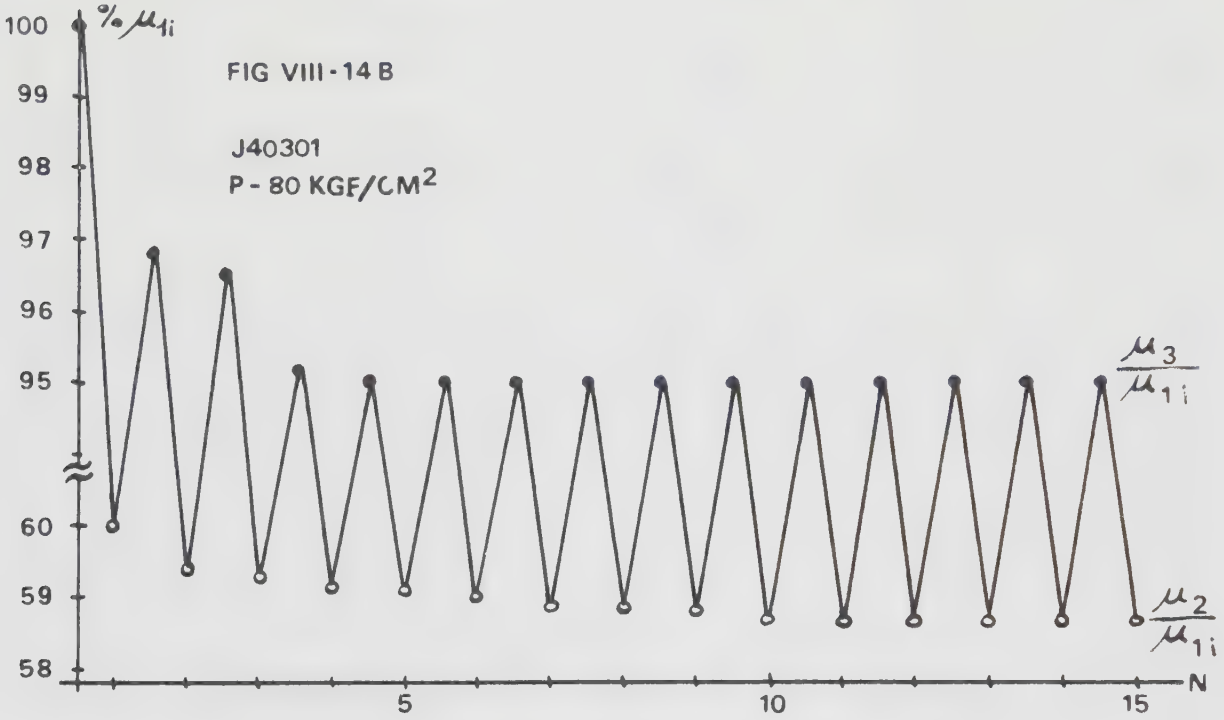


FIG VIII-14 B

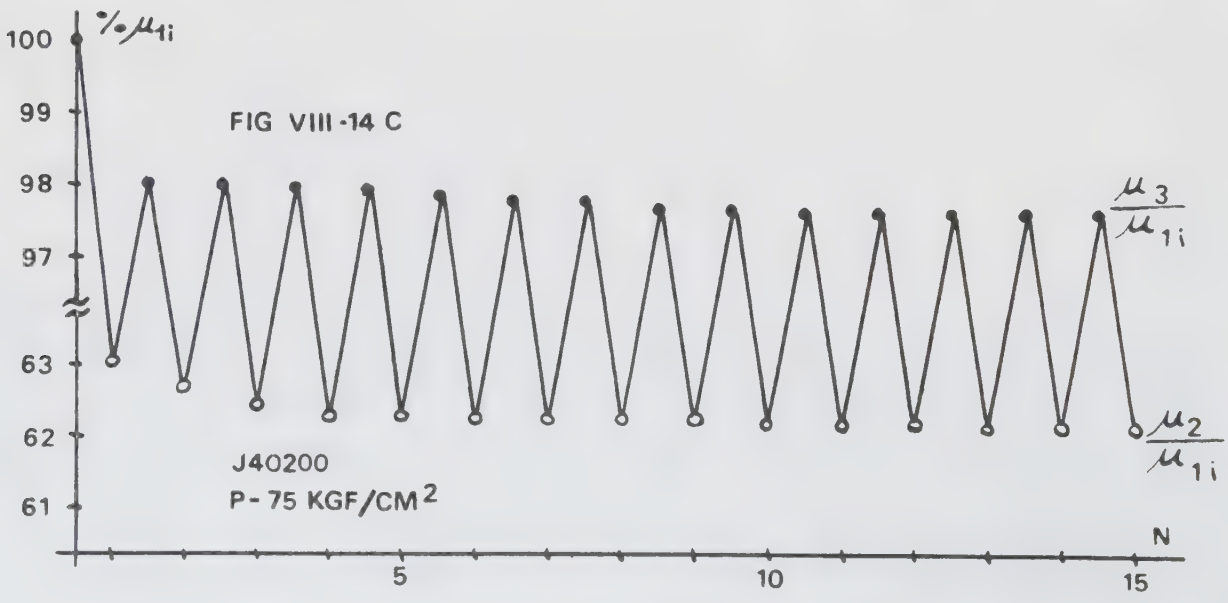


FIG VIII-14 C

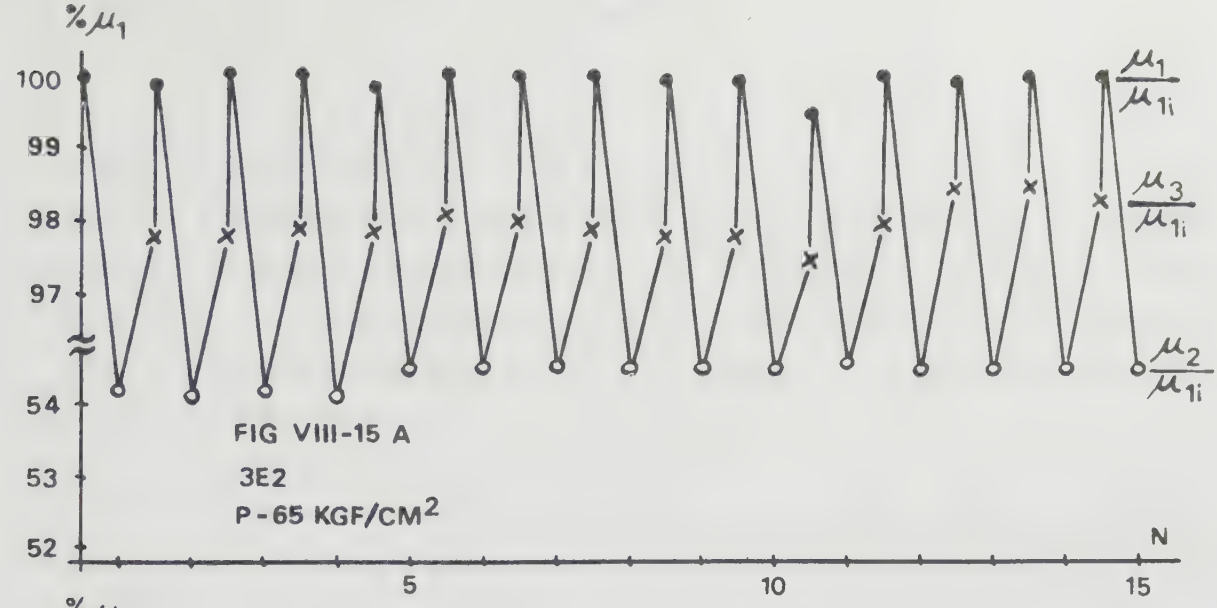


FIG VIII-15 A
3E2
P-65 KGF/CM^2

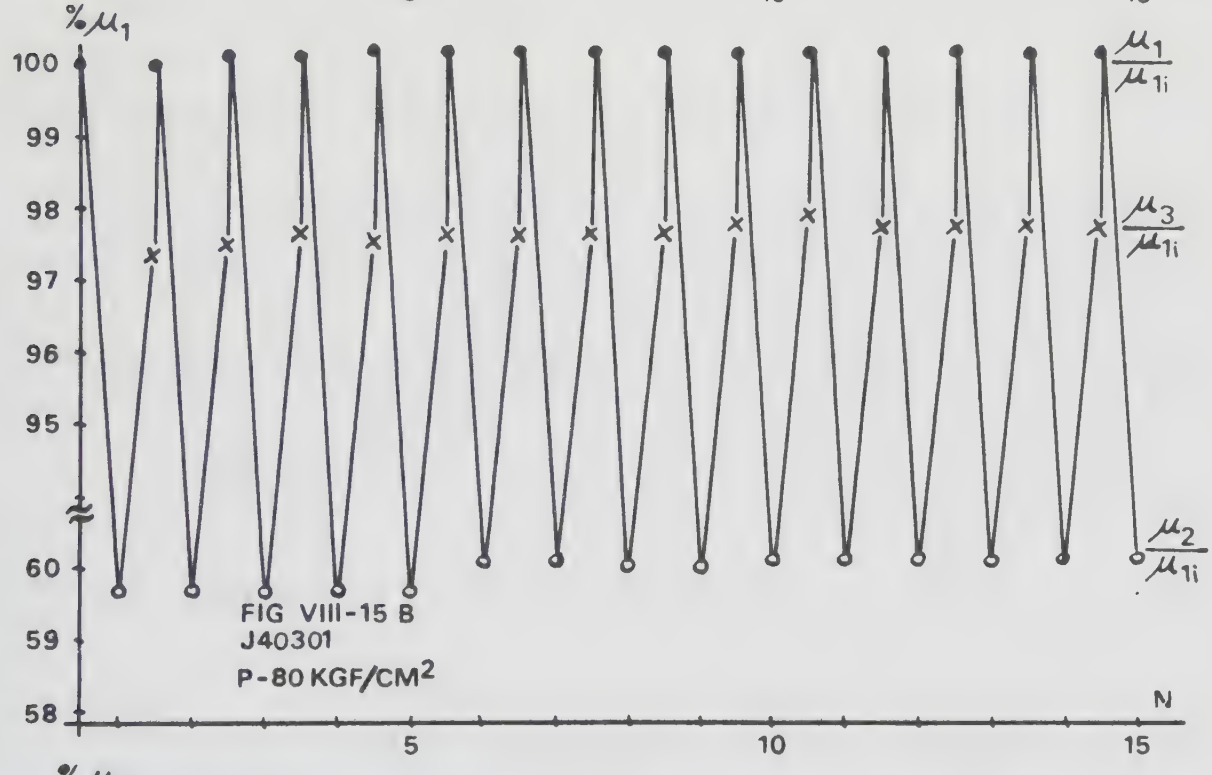


FIG VIII-15 B
J40301
P-80 KGF/CM^2

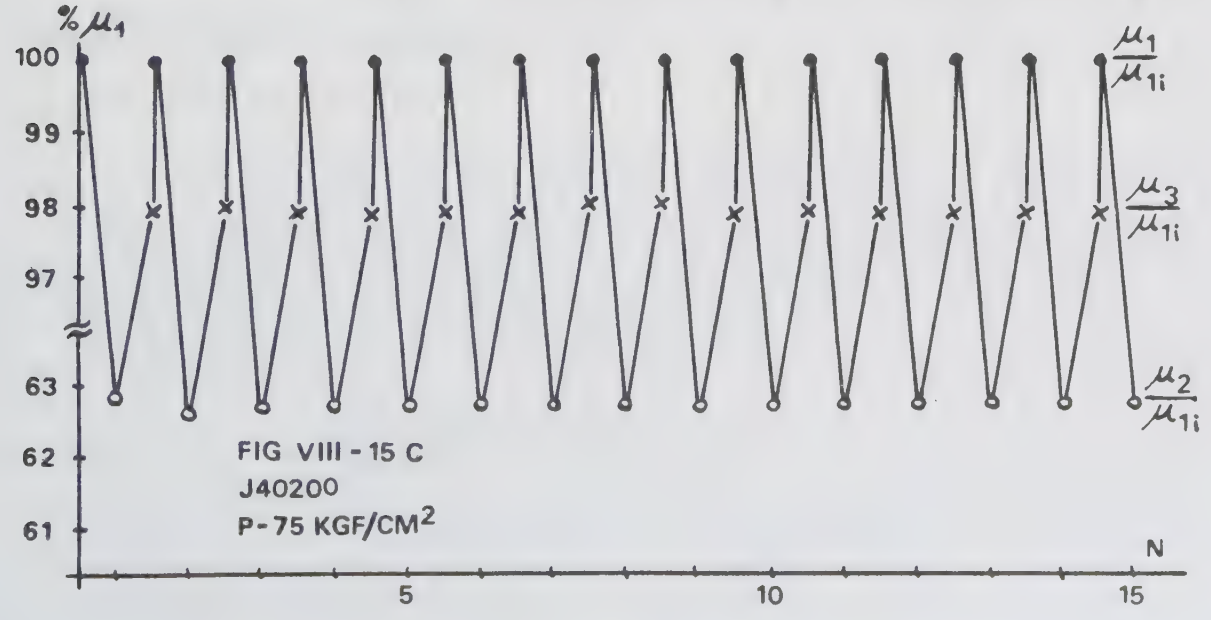


FIG VIII - 15 C
J40200
P-75 KGF/CM^2

Pour toutes les figures VIII-14 à VIII-15 nous voyons qu'avec la première application de la pression, la perméabilité μ_2 diminue à à peu près 60 % de sa valeur initiale. La pression est ensuite supprimée, mais la perméabilité n'est plus que 97 à 98 % de sa valeur initiale. Pour les trois premières courbes, nous voyons que cette valeur diminue encore pour une ou deux applications de la pression, et enfin se stabilise à une valeur déterminée pour chaque tore. Pour les trois dernières courbes, où nous avons appliqué un champ de désaimantation, la valeur initiale est réétablie avant chaque application de la force.

VIII - 8 ETUDE DE LA MEMOIRE MAGNETOMECANIQUE (SANS CHAMP MAGNETIQUE CONTIN.

Nous avons mis en évidence dans la partie précédente un type de "mémoire magnétomécanique" se manifestant par une différence entre μ_1 et μ_3. Dans ce paragraphe, nous examinerons de plus près la variation de cette mémoire avec l'intensité du champ magnétique alternatif. Expérimentalement, nous avons choisi plusieurs pressions entre 20 et 250 kgf/cm^2, et pour chacune entre elles, nous avons procédé de la manière suivante :

i) désaimantation du tore;
ii) réglage du champ magnétique alternatif à la valeur voulue;
iii) mesure de la perméabilité μ_1;
iv) application de la pression, et mesure de μ_2;
v) suppression de la pression, et mesure de μ_3;
vi) répétition de ce cycle, avec augmentation du champ magnétique alternatif.

Pour les quatre ferrites, les résultats de ces expériences sont résumés sur les figures VIII-16 à VIII-18. Les quatre premières courbes (VIII-16(a) à VIII-16(d)) montrent, pour chaque tore, la mémoire $(\mu_1 - \mu_3)/\mu_1$ en fonction de l'intensité du champ magnétique alternatif, avec la pression P comme paramètre. Les caractéristiques générales de ces courbes sont :

i) Il y a un maximum bien défini dans tous les cas qui se situe aux alentours du champ coercitif H_c.

ii) L'amplitude de cet effet est de l'ordre de 2 à 5% pour les pressions atteignant 250 kgf/cm^2.

iii) Dans tous les cas, les courbes pour un tore donné se rapprochent et tendent vers zéro avec une valeur du champ magnétique alternatif élevé (plusieurs fois le champ coercitif). Le comportement pour une valeur très faible de H_{alt} (autour de zéro) est plus difficile à définir avec précision vu nos mesures.

Comme nous venons de le signaler, il existe, pour une pression donnée, un maximum pour chaque courbe. Dans la figure VIII-17 nous avons indiqué la valeur de ce maximum en fonction de la pression. D'après ces courbes, nous constatons :

i) Il existe une valeur limite de la mémoire

ii) Il n'existe pas de liaison directe entre l'amplitude de cet effet et la perméabilité μ_o :

Tore	μ_o	Position de la courbe sur la fig. VIII-7
FN114 2004	4500	1°
FN112 2002	3700	4°
FN114 2002	3500	3°
FN112 2003	1800	2°

iii) Le tableau ci-dessus montre en plus qu'il n'y a pas de relation entre la valeur maximum de la mémoire et la sensibilité magnétoélastique (voir tableau, paragraphe VIII-6).

Pour interpréter les résultats des courbes de la figure VIII-17, et pour déterminer les paramètres π et P_o antérieurement introduits dans la partie théorique (chapitre VII) nous avons utilisé leurs inverses suivant les deux axes et extrapolé à zéro, donnant ainsi

$$\left[\frac{\mu_1}{\mu_1 - \mu_3}\right]_{max}$$

en fonction de (1/P). Nous notons ici : (fig. VIII-18)

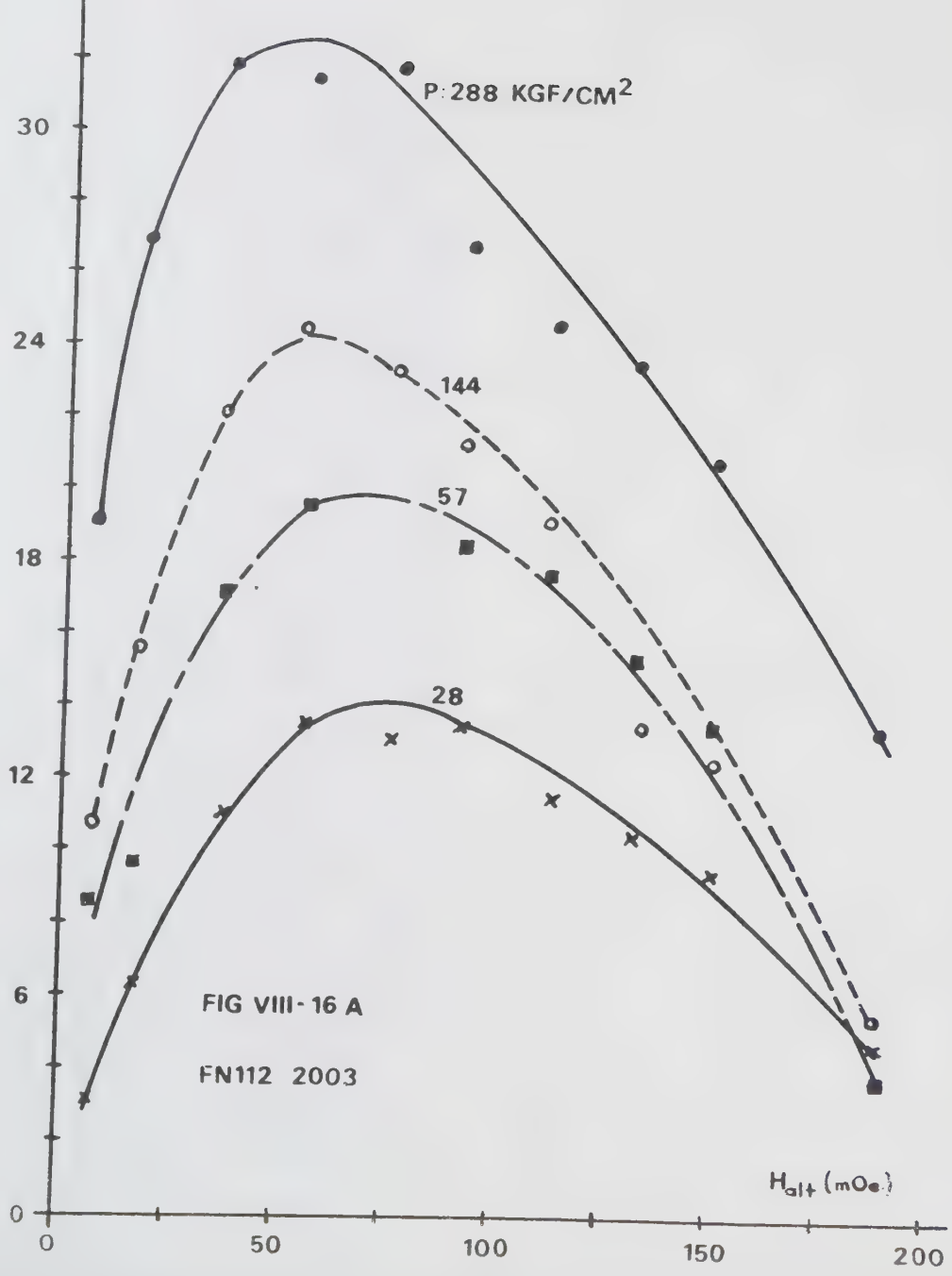


FIG VIII-16 A

FN112 2003

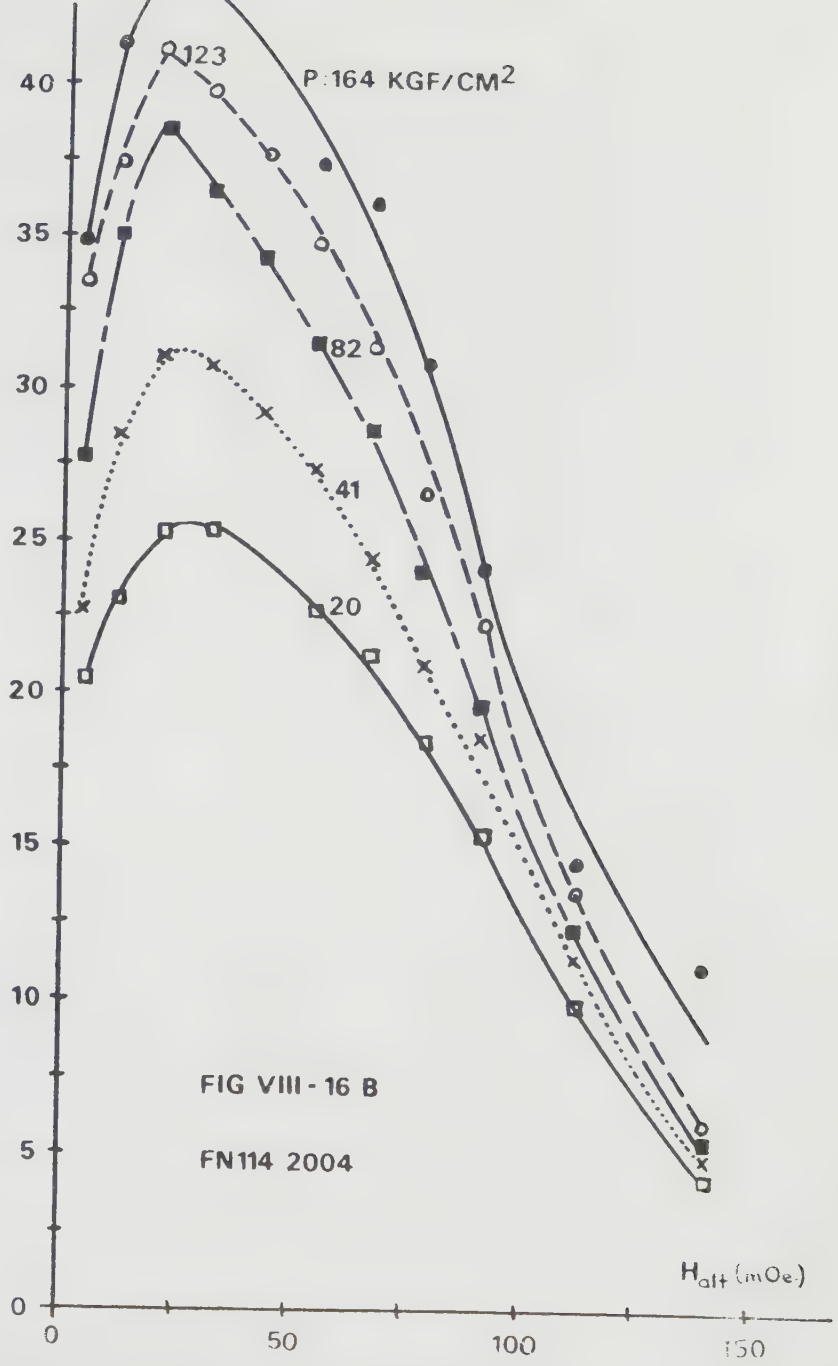


FIG VIII-16 B

FN114 2004

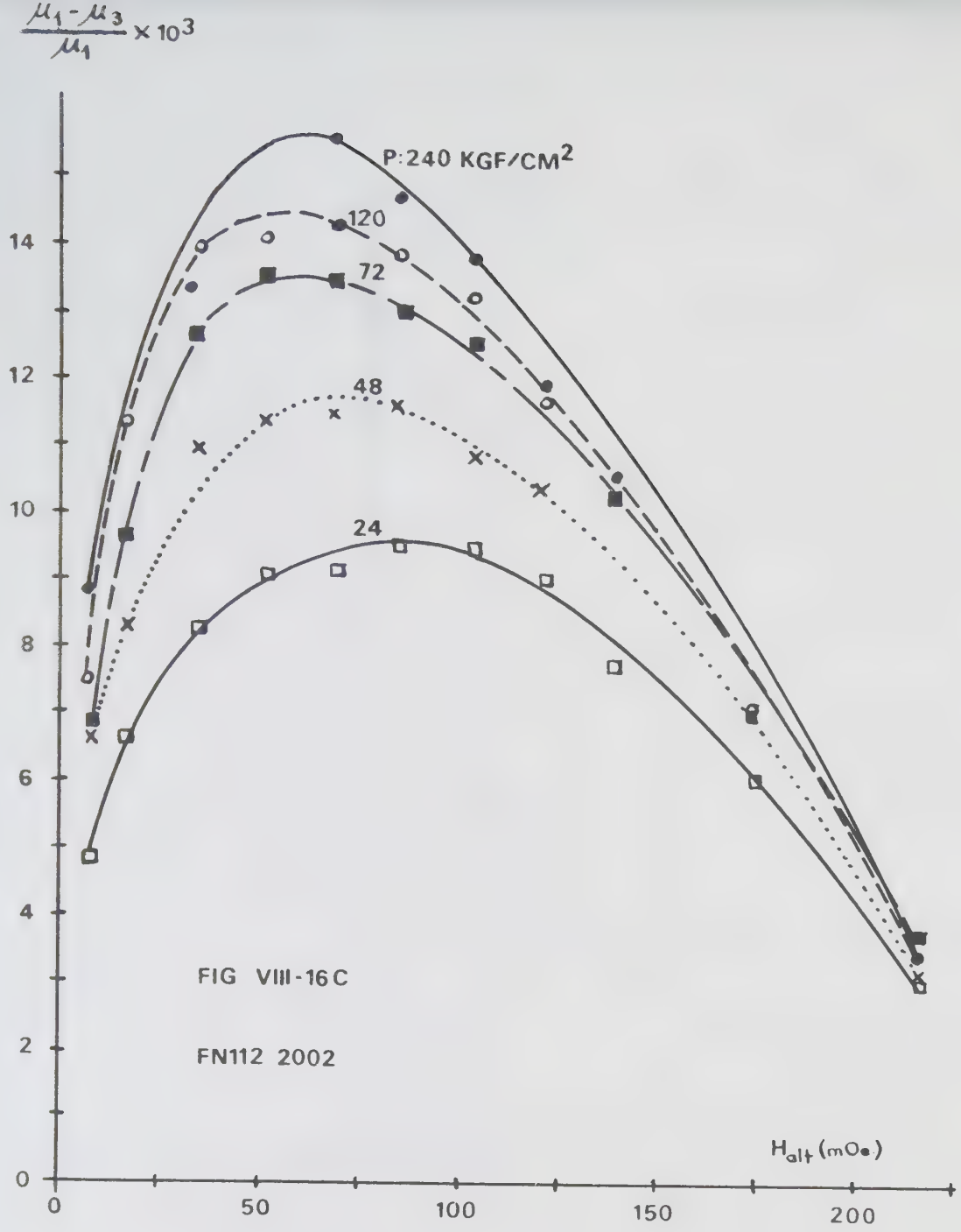


FIG VIII-16C

FN112 2002

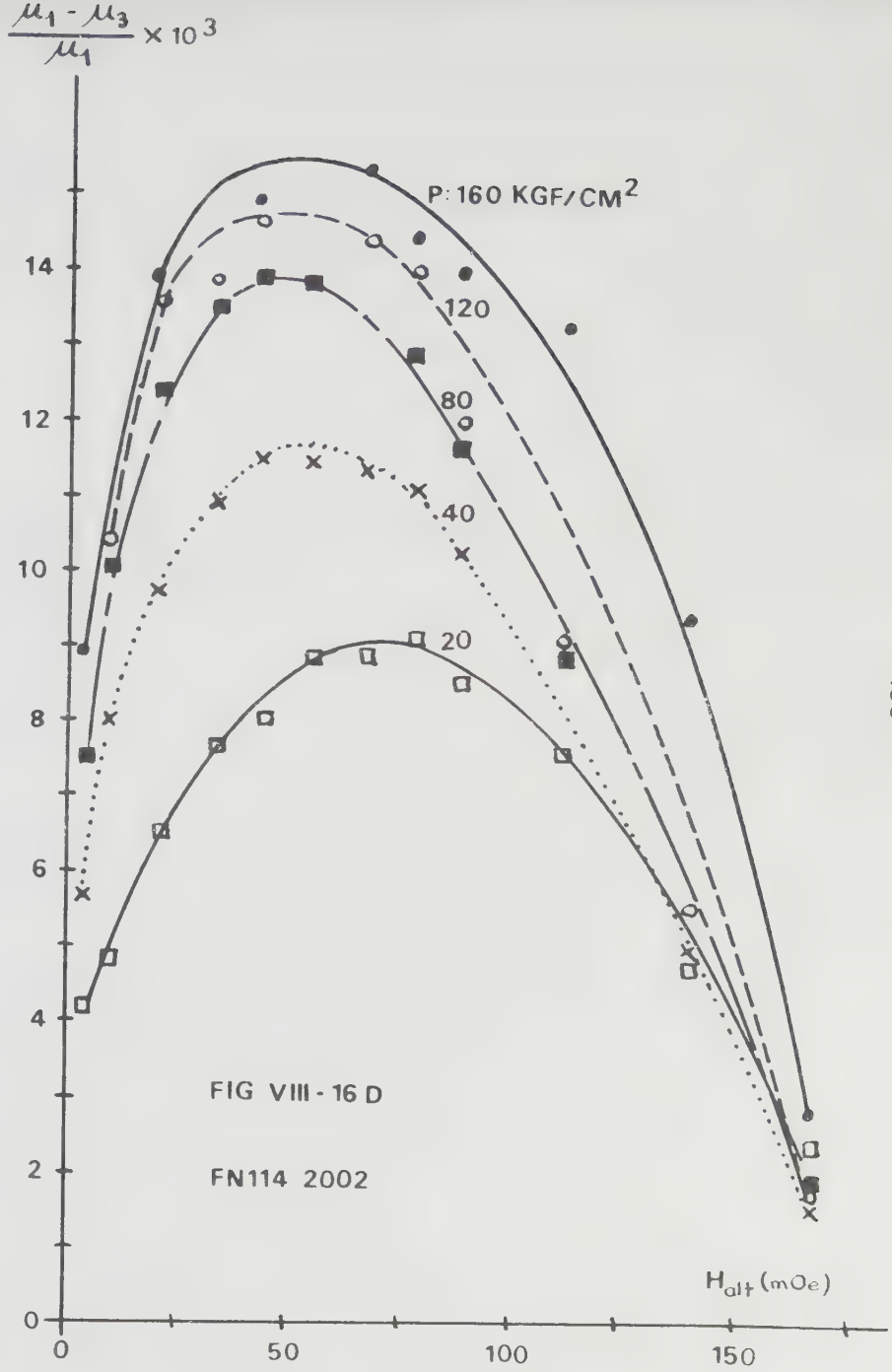


FIG VIII-16D

FN114 2002

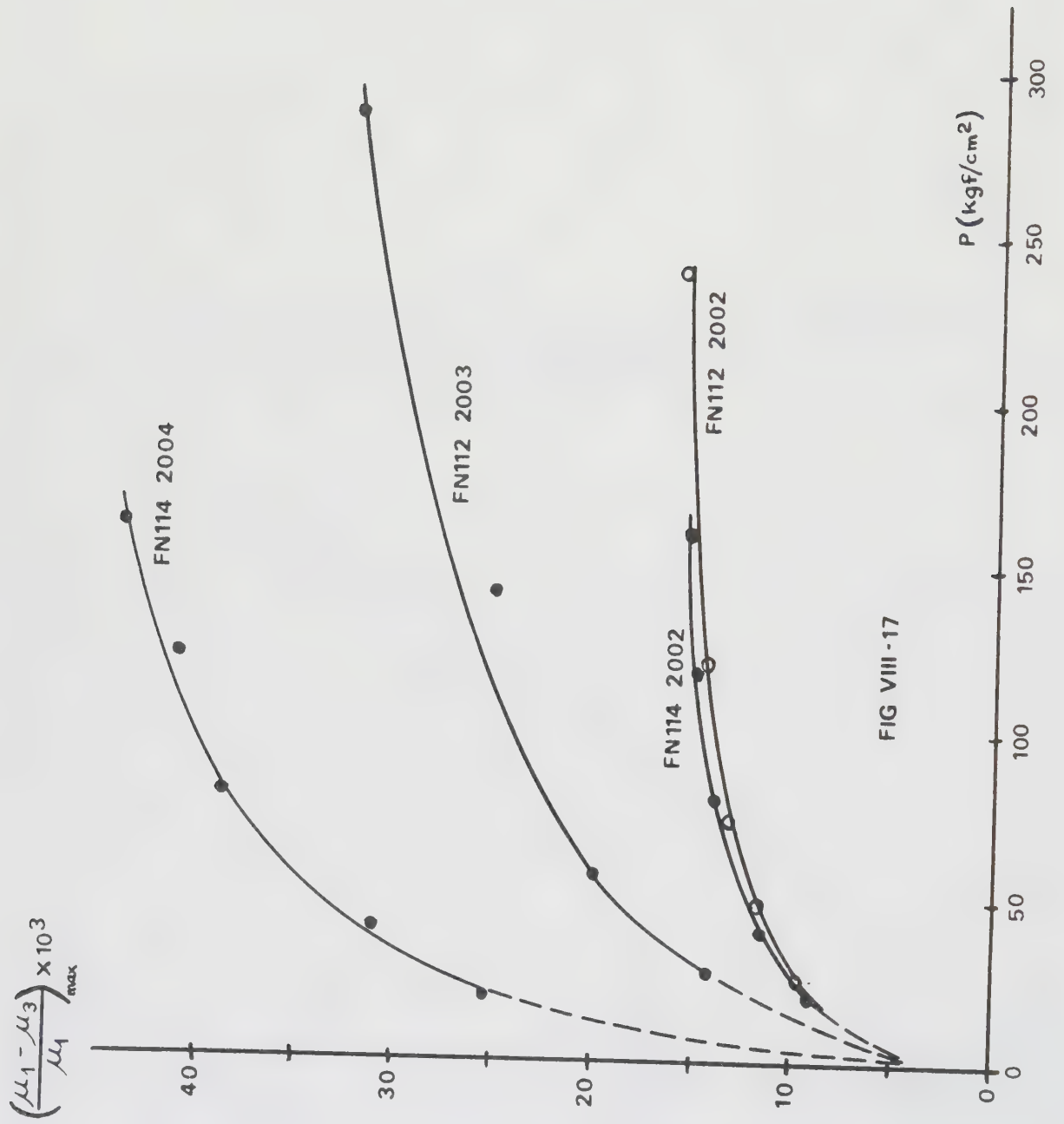

$\left(\frac{\mu_1 - \mu_3}{\mu_1}\right)_{max} \times 10^3$
40
30
20
10
0
0
50
100
150
200
250
300
P (kgf/cm²)
FN114 2004
FN112 2003
FN112 2002
FN114 2002

FIG VIII-17

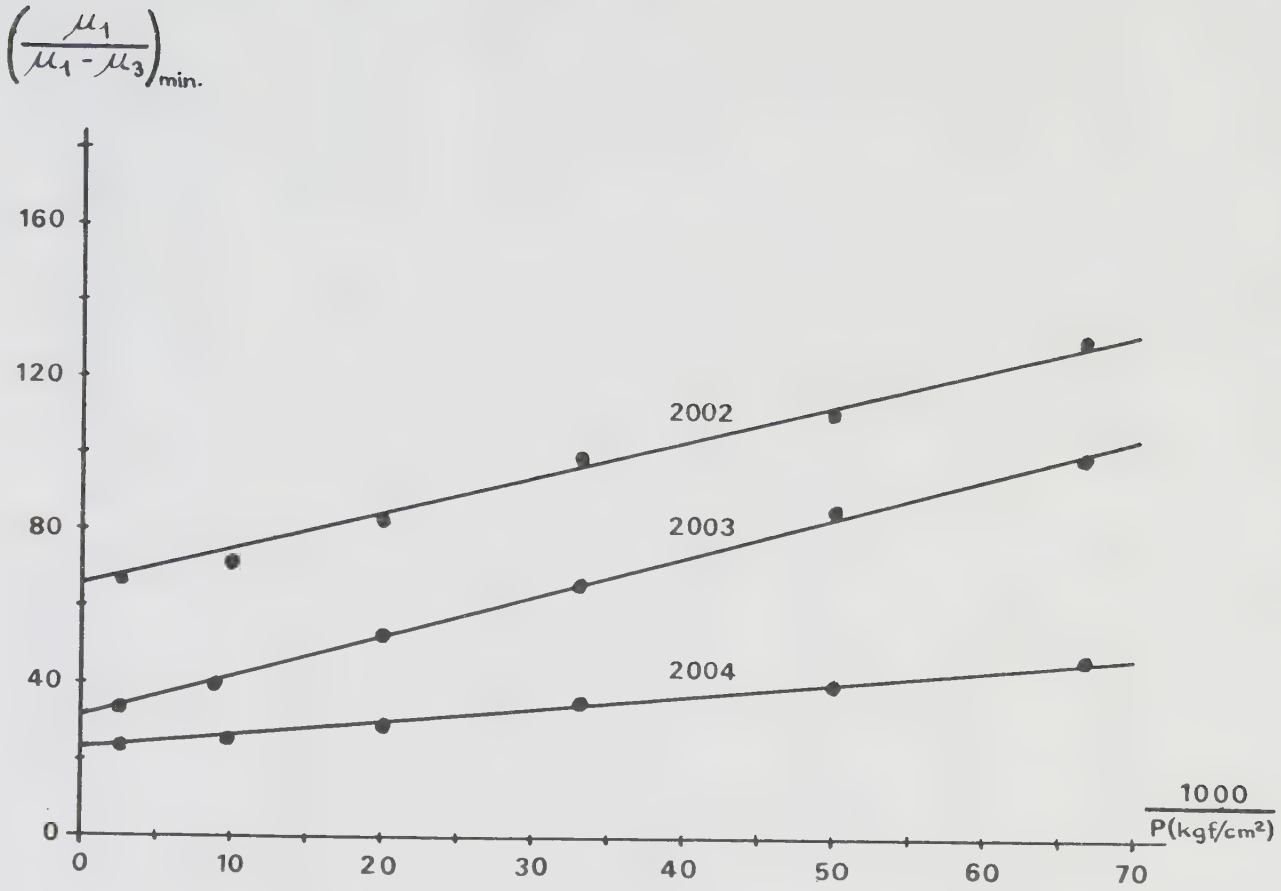

$\left(\frac{\mu_1}{\mu_1 - \mu_3}\right)_{min.}$
160
120
80
40
0
2002
2003
2004
0
10
20
30
40
50
60
70
1000
P(kgf/cm²)

FIG VIII-18

i) la bonne linéarité entre les deux variables ;

ii) la confirmation de l'équation que nous avons proposée pour la mémoire potentielle $M_p(P) = \frac{\Omega P}{P + P_o} = \left[\frac{\mu_1 - \mu_3}{\mu_1}\right]_{max}$. En prenant les inverses, il s'ensuit que :

$$\left[\frac{\mu_1}{\mu_1 - \mu_3}\right]_{min} = \frac{1}{\Omega} + \frac{P_o}{\Omega}\left(\frac{1}{P}\right).$$

L'extrapolation à zéro nous donne π , et la pente, la valeur de (P_o/π). Pour les ferrites étudiés, nous trouvons pour ces paramètres :

Tore	P_o/π	P_o	Ω
FN114/112 2002	950	14,2	0,015
FN112 2003	1050	31,8	0,030
FN114 2004	350	15,2	0,043

Il est à remarquer que le comportement est sensiblement le même pour les deux ferrites de compositions semblables mais de tailles différentes (tores FN114 2002 et FN112 2002).

VIII - 9 ETUDE DE LA MEMOIRE MAGNETOMECANIQUE (AVEC SUPERPOSITION D'UN CHAMP MAGNETIQUE CONTINU)

Nous avons étendu l'étude précédente en introduisant un champ magnétique continu. Le procédé expérimental a été le même que le précédent avec addition entre les étapes (ii) et (iii) d'un réglage du champ magnétique continu à la valeur voulue.

Les courbes des figures VIII-19 à VIII-22 nous donnent la mémoire $(\mu_3 - \mu_1)/\mu_1$ en fonction de la pression P, avec le champ magnétique continu comme paramètre. Nous faisons les constatations suivantes :

i) H_{alt} faible : Pour $H_{cont} = 0$, la mémoire atteint sa valeur la plus négative. Avec la superposition de H_{cont}, l'amplitude de la mémoire diminue, et prend enfin une valeur positive. Cet effet dans l'ensemble des courbes est net, bien qu'il y ait des fluctuations autour des courbes indiquées.

H_{alt} important : L'effet est beaucoup moins net. Comme dans le cas précédent, une mémoire positive est atteinte seulement pour les valeurs de H_{cont} suffisamment importantes. Cependant, l'évolution des courbes entre $H_{cont} = 0$ et quelques centaines de milliOersteds n'est pas bien définie.

ii) Un effet de saturation est évident : la mémoire ne peut pas continuer à s'accroître indéfiniment avec la pression P.

iii) Pour les courbes des figures VIII-21 et VIII-22, du même matériau mais pour des tores de tailles différentes, nous remarquons :
(a) pour H_{alt} faible, le changement de signe avec H_{cont} se situe dans la même zone pour les deux tores (50 à 60 mOe)

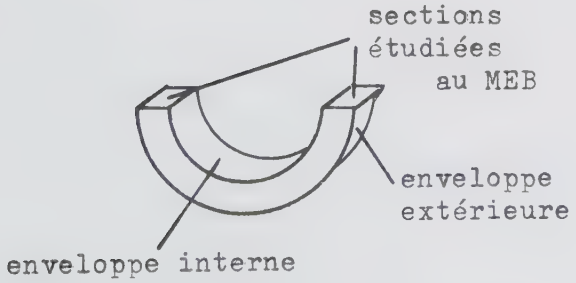
(b) pour H_{alt} plus important, il y a un changement de signe avec la pression

VIII- 10 ETUDE AU MICROSCOPE ELECTRONIQUE A BALAYAGE

Nous avons entrepris une étude au microscope électronique à balayage pour étudier la texture, et la granulométrie de ces ferrites.

Cette étude a été effectuée pour les quatre types (F1, F2, F4, F5).

Nous avons coupé en deux un échantillon de chaque type, comme le montre la figure. Nous montrons sur les photographies 1 à 20 quelques exemples caractéristiques. Nous remarquons pour l'ensemble la relativement bonne formation des cristaux (photos 6,9, 14, 19), les porosités intergranulaires et les trous entre cristaux (4,5,13, 17) et l'aspect général de la



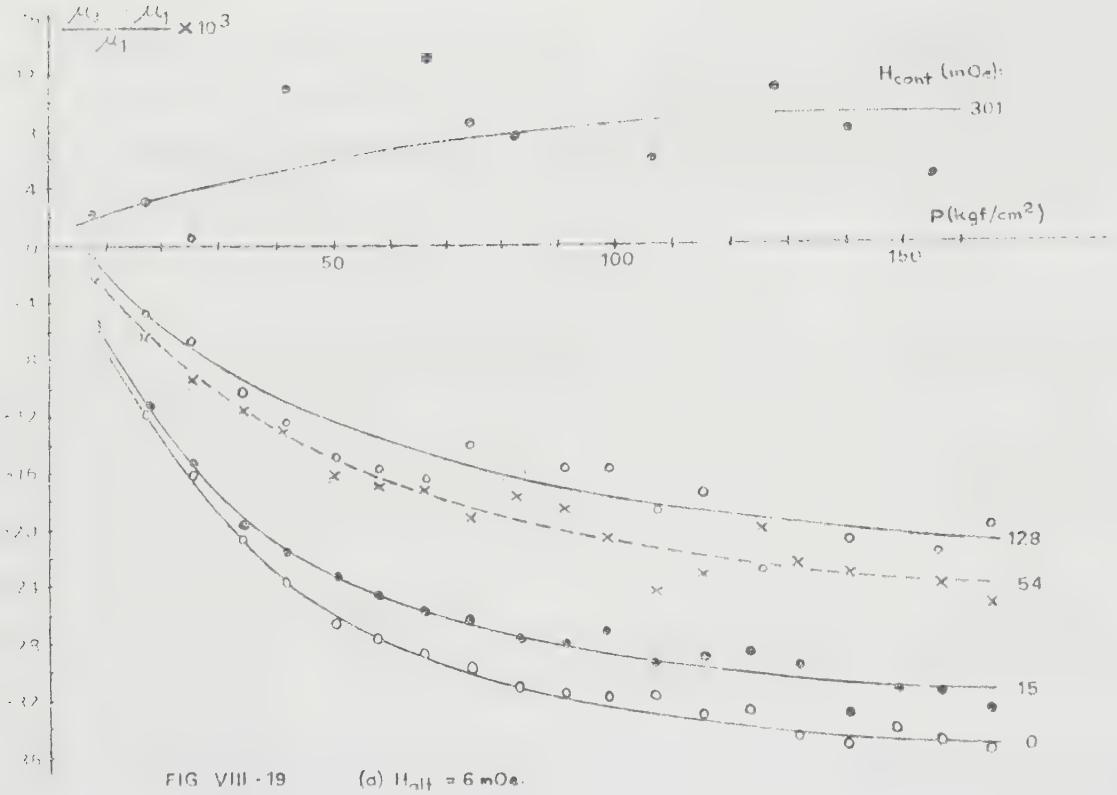
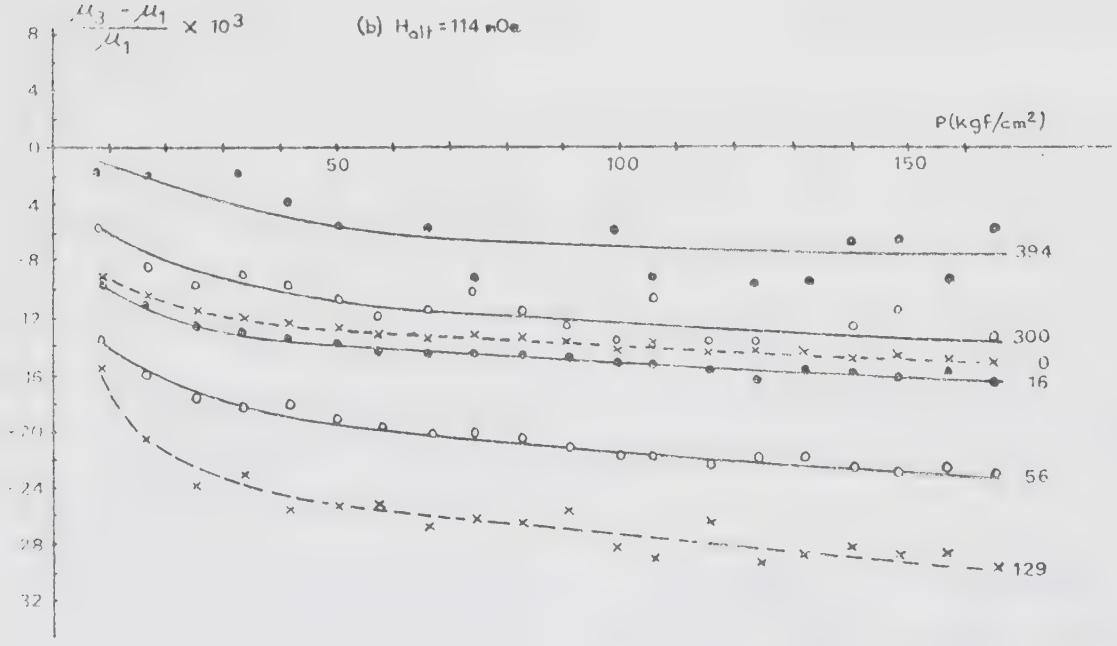


FIG VIII - 19 (a) H_{alt} = 6 mOe.
FN114 2004



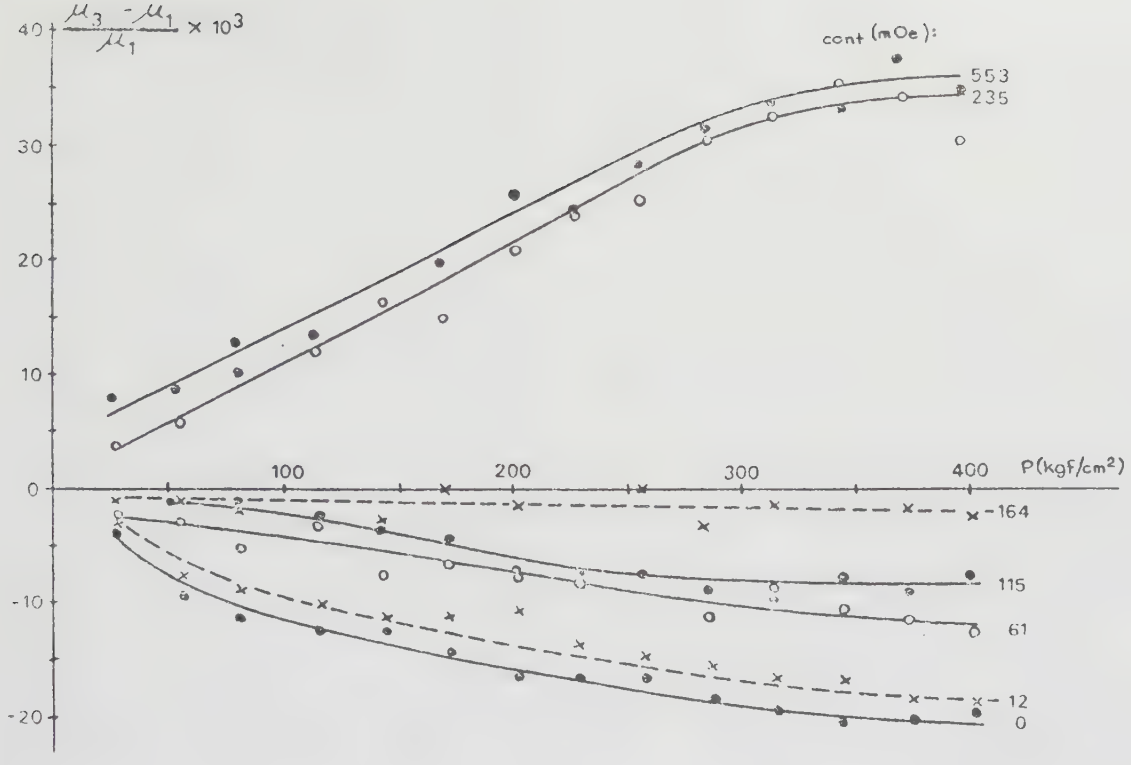
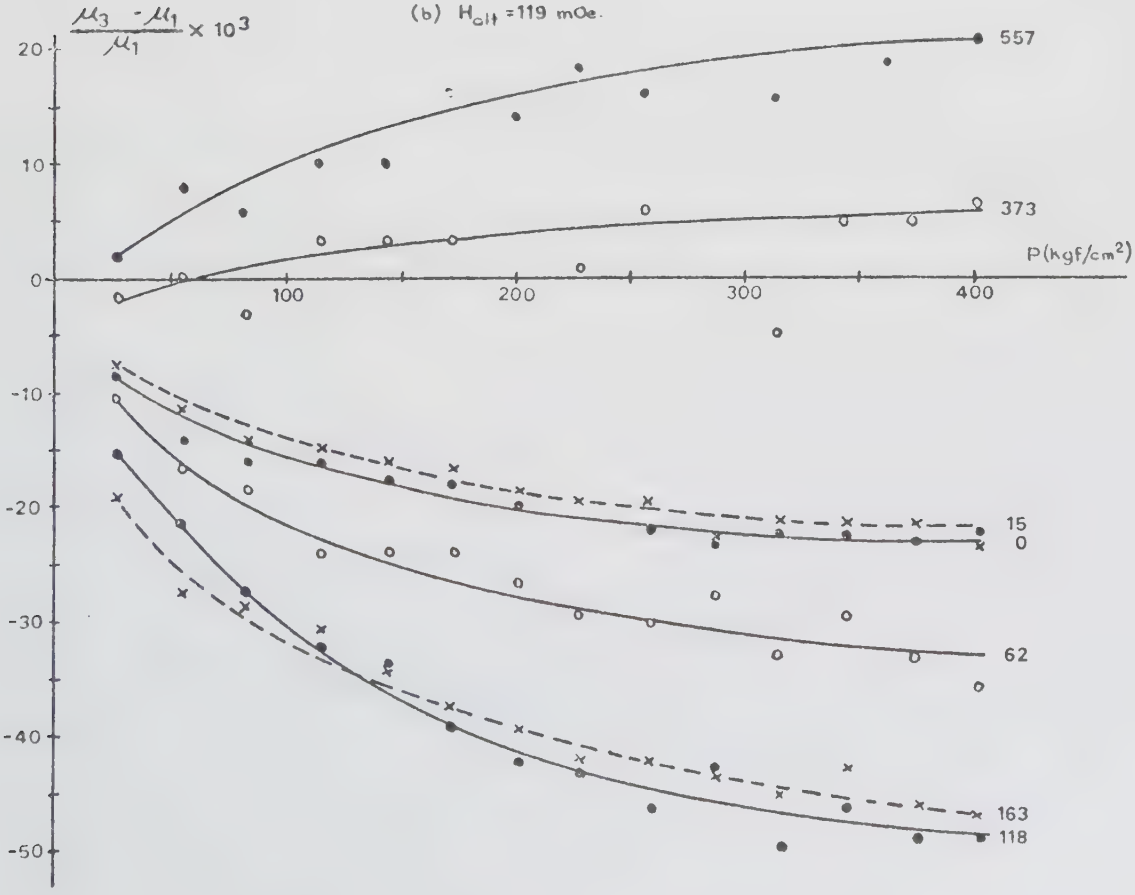


FIG VIII - 20 (a) H_{alt} = 12 mOe.
FN112 2003



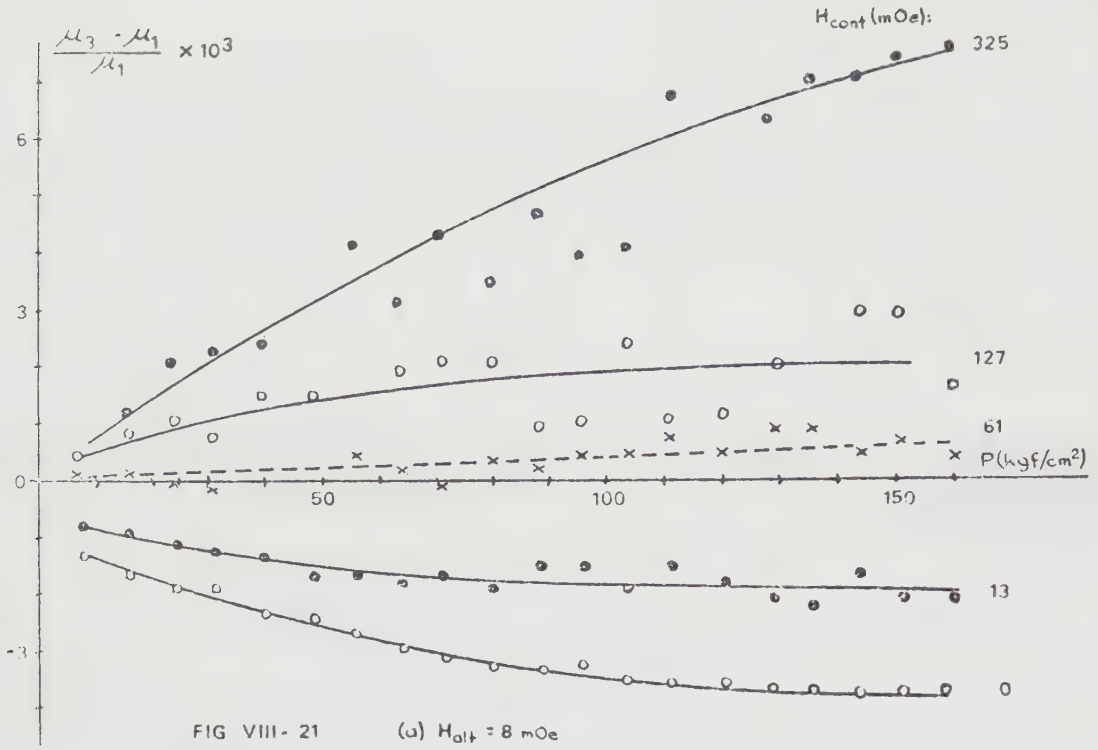
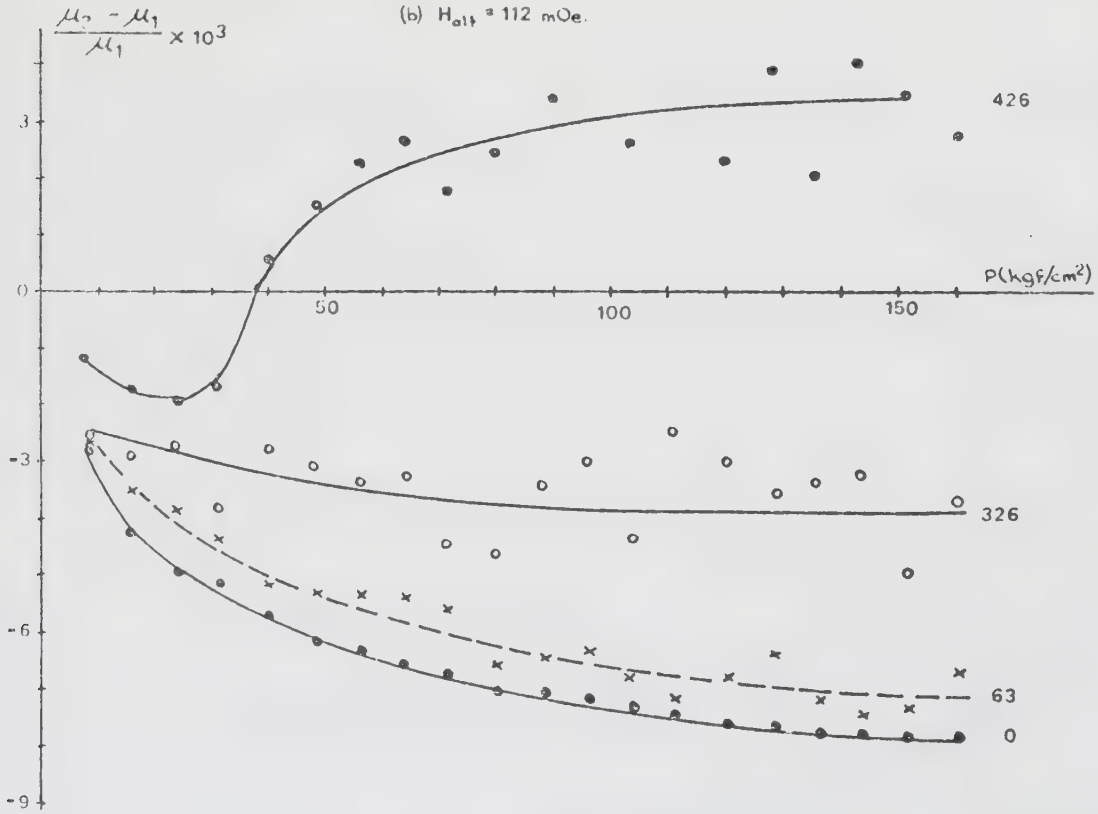


FIG VIII - 21 (a) H_{alt} = 8 mOe
FN114 2002



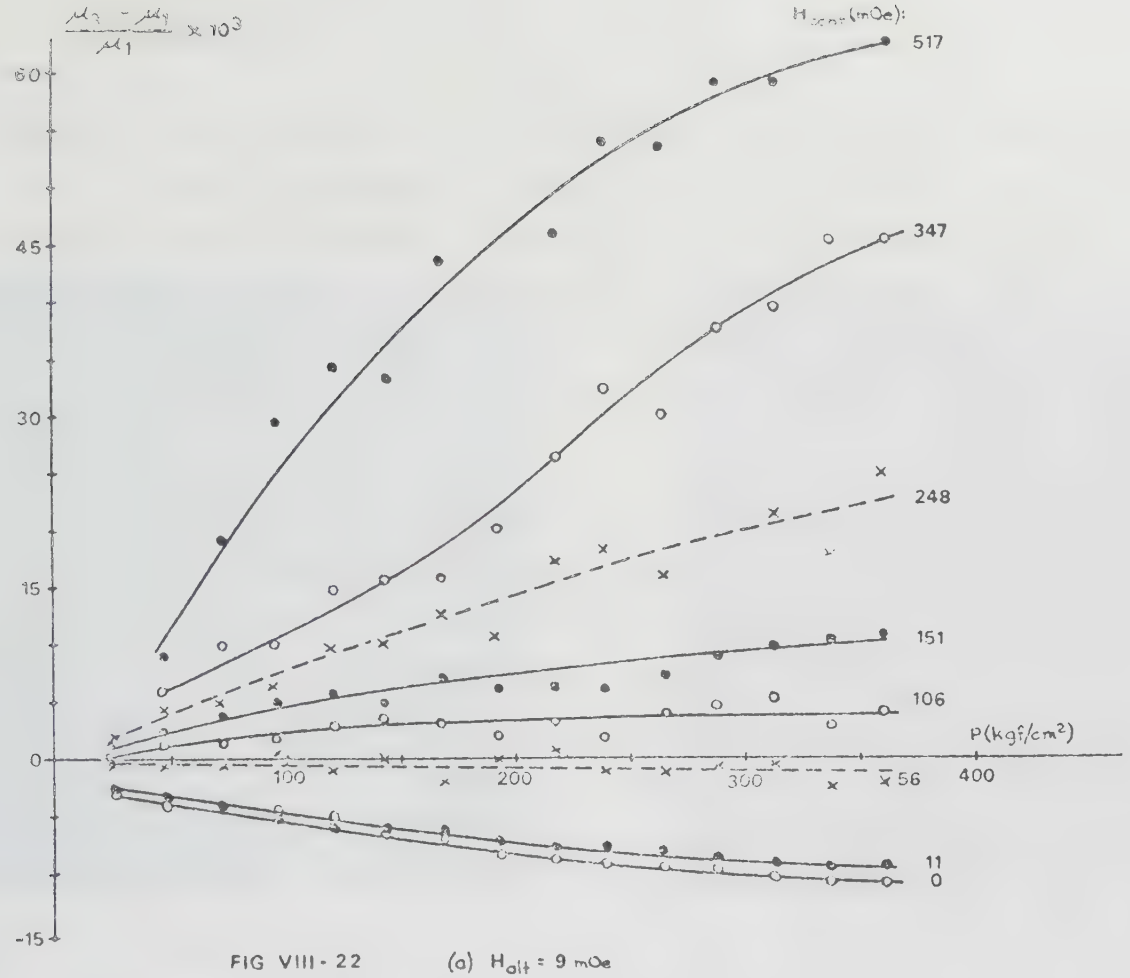
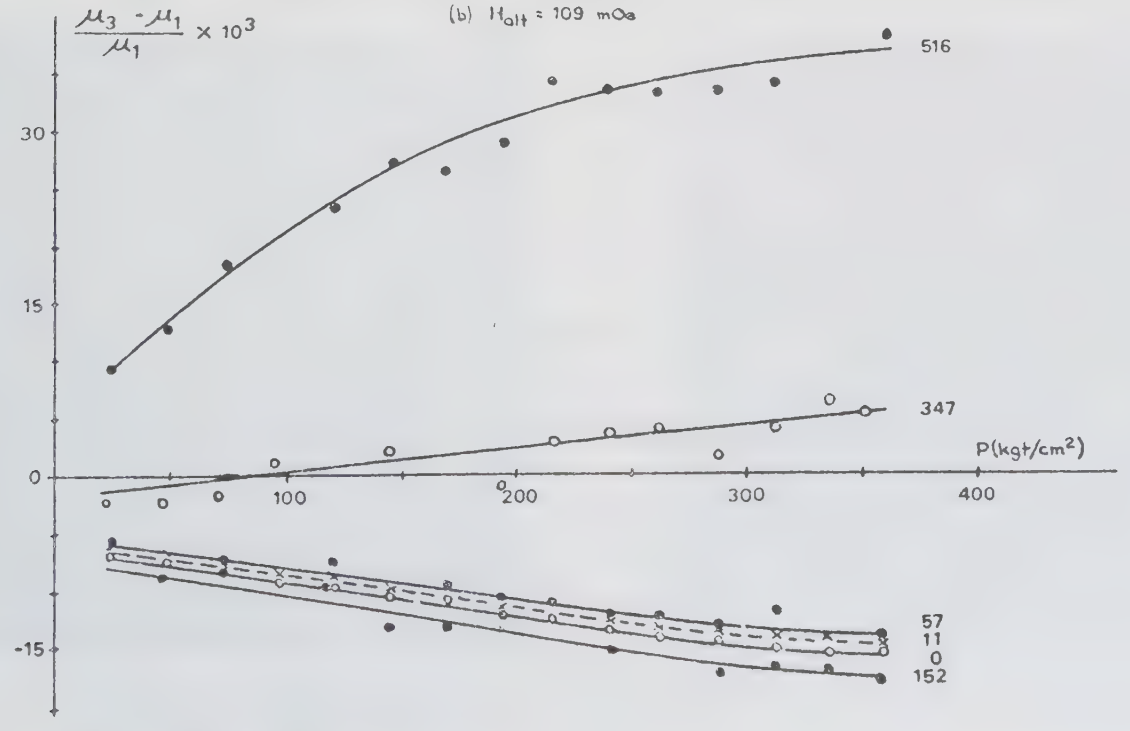


FIG VIII - 22 (a) H_{alt} = 9 mOe
FN112 2002



surface extérieure des ferrites (8, 11, 16). Nous constatons dans plusieurs cas des défauts : des fissures aussi bien sur l'enveloppe interne (7) et extérieure (12), qu'au milieu du matériau (18) ; des pailles très importantes (1, 20) dans lesquelles la cristallisation est très mauvaise (2), et le contraste entre la zone vitreuse et la partie bien cristallisée est évident (3) ; quelques détails plus localisés présentent des aspects plus curieux (15).

Ces photos sont très valables pour l'explication et pour la compréhension de nos résultats expérimentaux. D'après les photos, nous avons effectué une quarantaine de mesures de la taille moyenne des cristallites (longueur maximum et largeur minimum). Nous avons pour les moyennes :

FN112 2003	4,3	x	9,8 µ
FN112 2002	6,3	x	8,2 µ
FN114 2002	6,4	x	8,6 µ
FN114 2004	9,0	x	12,7 µ

Nous constatons que cet ordre (2003 - 2002 - 2004) en fonction de la taille des cristallites correspond en fait à l'ordre des perméabilités croissantes (figure VIII-3(a) à 3(d)) ce qui est en accord avec d'autres études sur la corrélation entre la perméabilité et le diamètre des cristallites (PERDUIJN, PELOSCHEIK, ROESS).

Nous voyons que les caractéristiques des deux tores de tailles différentes mais du même matériau (F1 et F4) ont sensiblement les mêmes tailles de grains : cet accord de caractéristiques est vérifié pour les mesures de la perméabilité (figure VIII-3(c) et 3(d)), la mémoire (figures VIII-16(c) et (d)), et le comportement des maxima de la mémoire (figure VIII-17).

La constation, dans plusieurs cas, d'inclusions, de trous, et de fissures, permet d'expliquer par effet d'entrefer, les dispersions très importantes de nos résultats expérimentaux pour les tores du même type (par exemple étude statistique du type 2003, avec une gamme de perméabilité s'étendant sur une échelle de 1 à 2,5; et des pentes des courbes de 1 à 1,6).

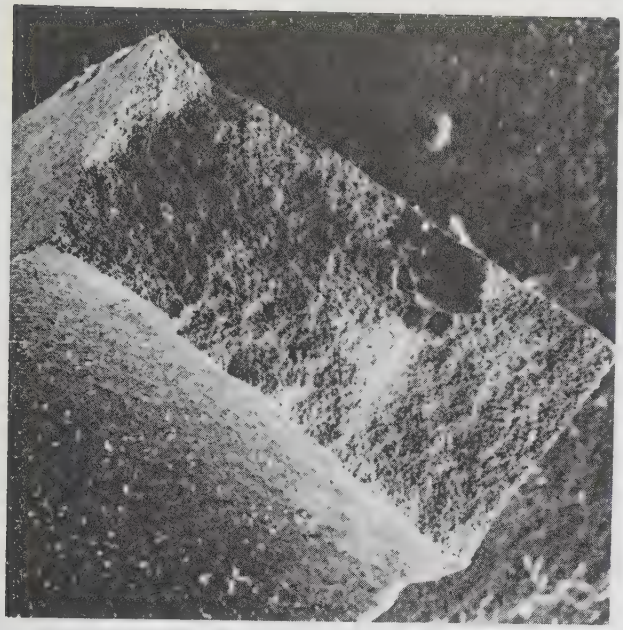


PHOTO 1. Vue de l'ensemble (x 49)

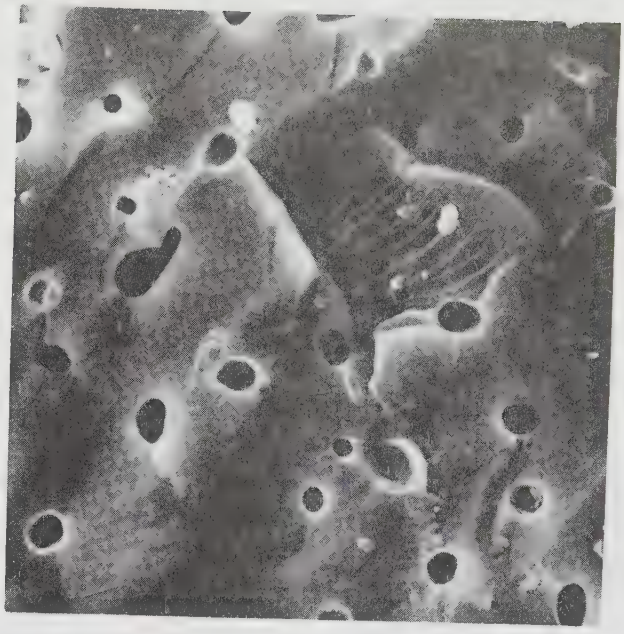


PHOTO 2. Vue de la paille (x 2200)

PHOTO 3. Vue sur la zone de transition entre la paille et la région cristallisée (x 2200)

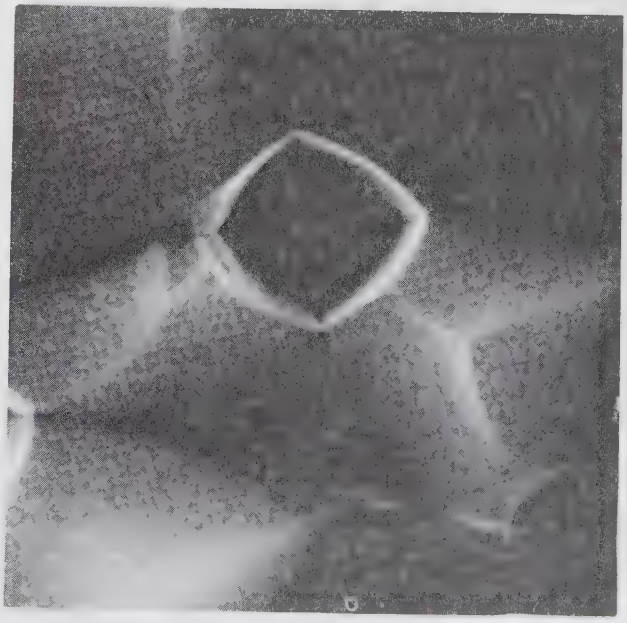


PHOTO 4. Trou intercristallin (x 12 000)

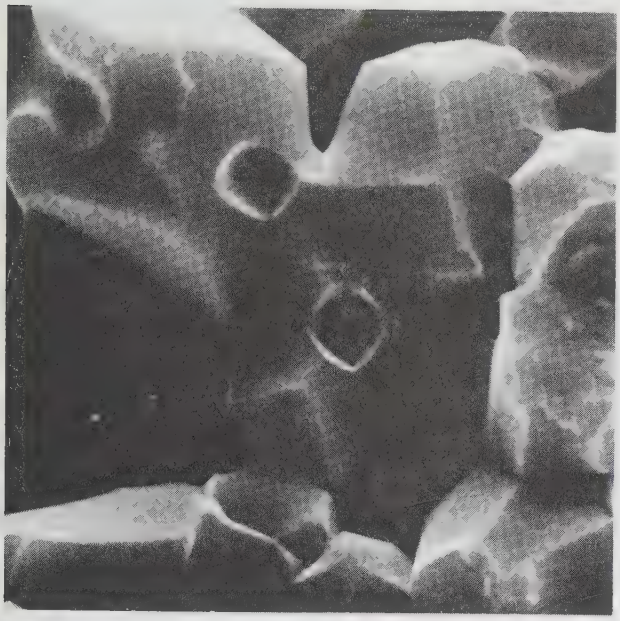


PHOTO 5. Cristaux et trous inter-cristallins (x 4800)

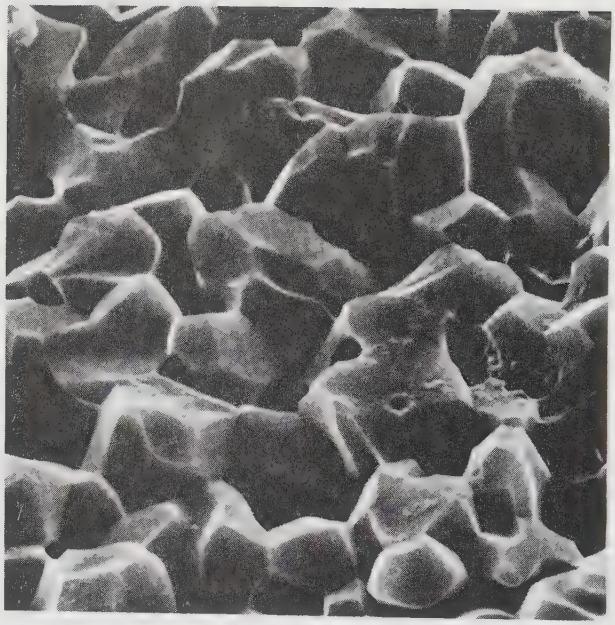


PHOTO 6. Vue de la deuxième cassure (x 2200)

PHOTO 7. Fissure sur l'enveloppe interne du tore (x 2200)

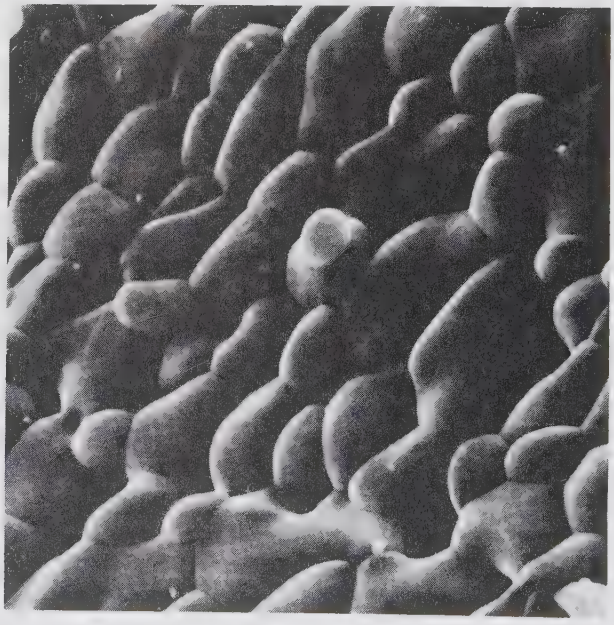


PHOTO 8. L'enveloppe interne du tore (x 2200)

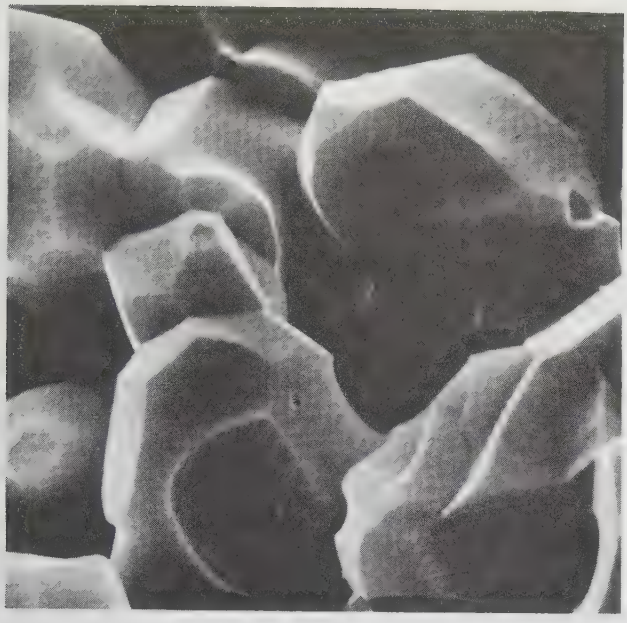


PHOTO 9. Détail des cristaux (x 5000)

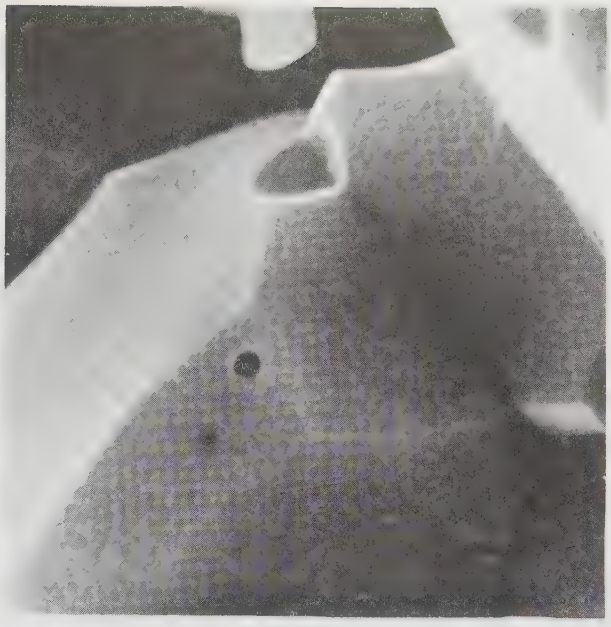


PHOTO 10. Détail d'un cristal (x 12 000)

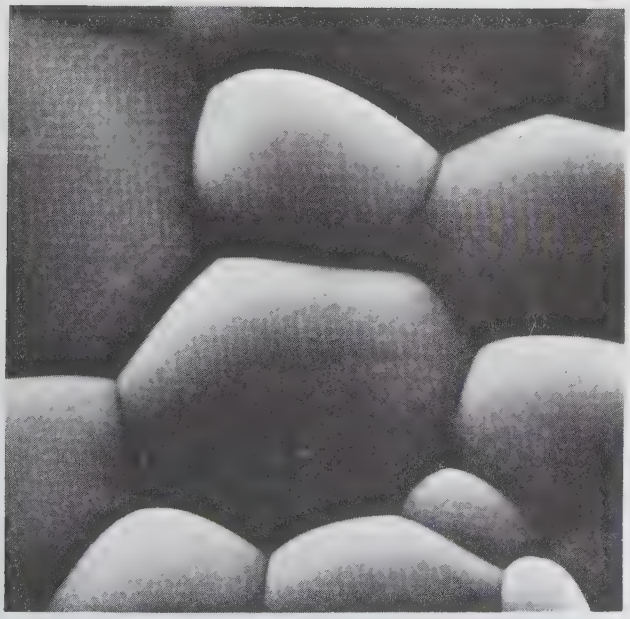


PHOTO 11. L'enveloppe interne du tore (x 5000)

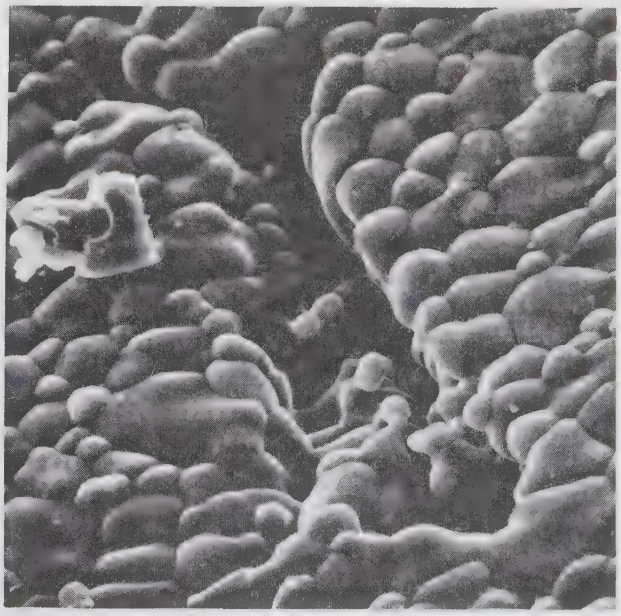


PHOTO 12. Fissure, l'enveloppe extérieure du tore (x 1100)

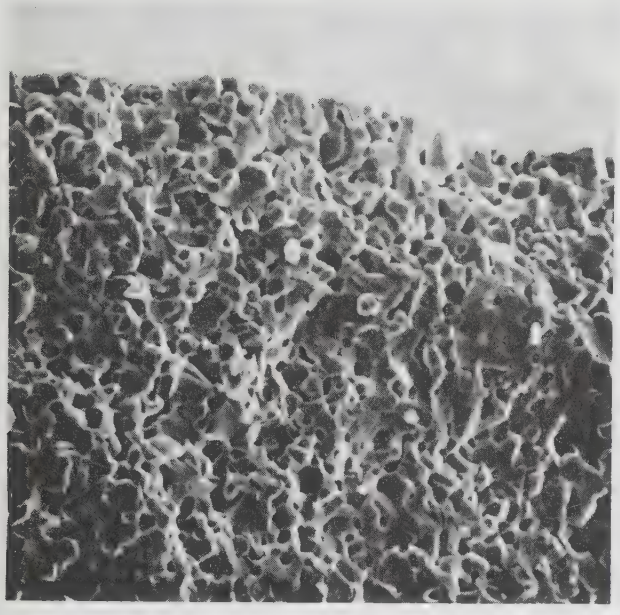


PHOTO 13. Vue de l'ensemble (x 500)

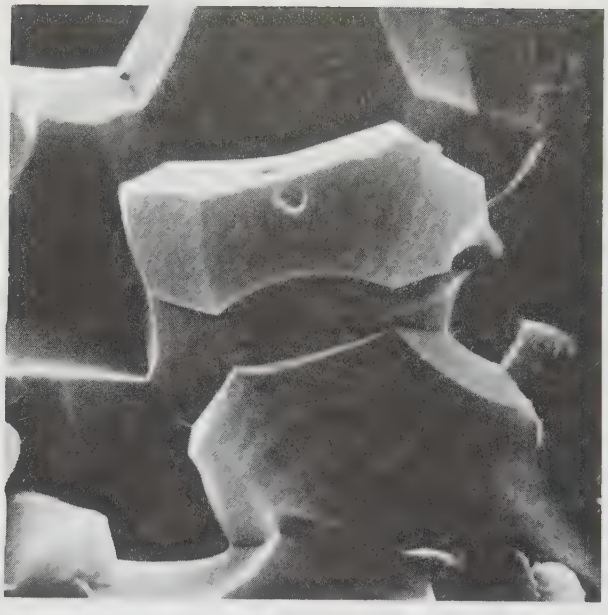


PHOTO 14. Détail d'un cristal (x 5500)

HOTO 15. Détail de la cassure (x 15 000)

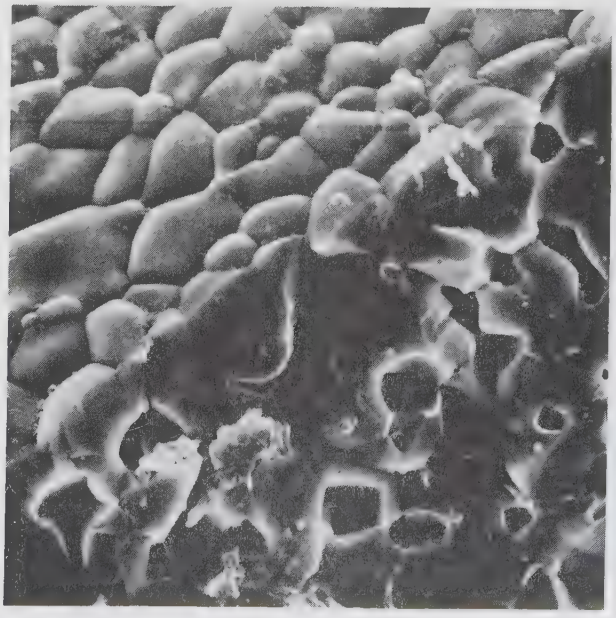


PHOTO 16. Vue de l'arête de la cassure (x 1200)

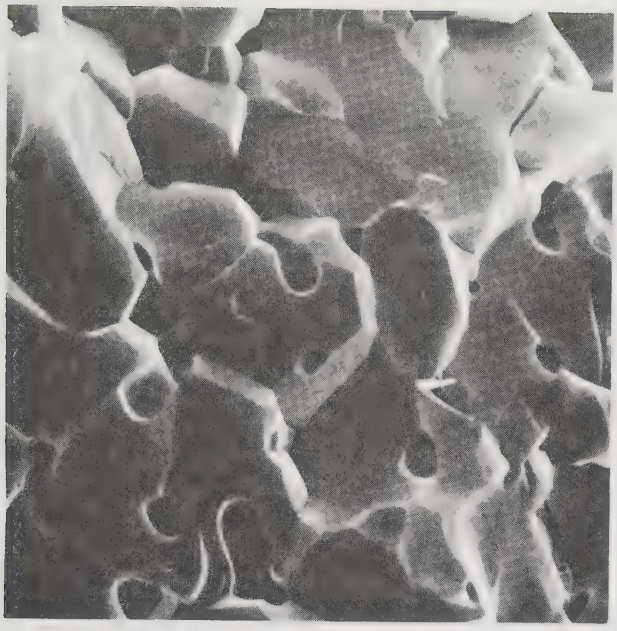


PHOTO 17. Vue des cristaux (x 2000)

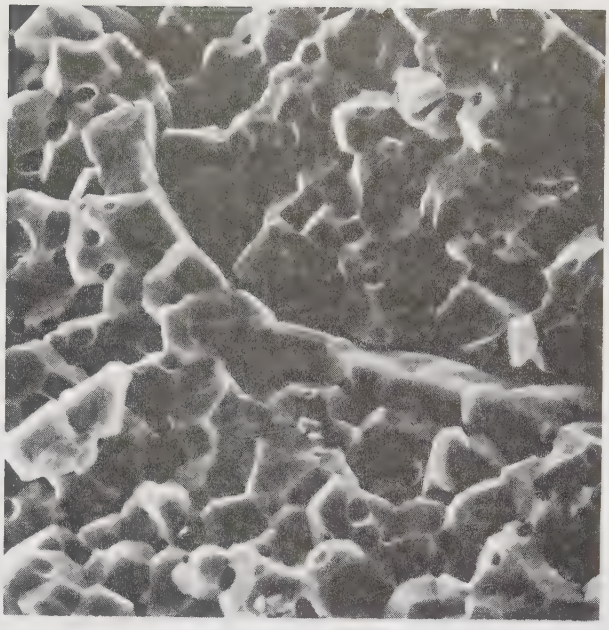


PHOTO 18. Fissure (x 1000)

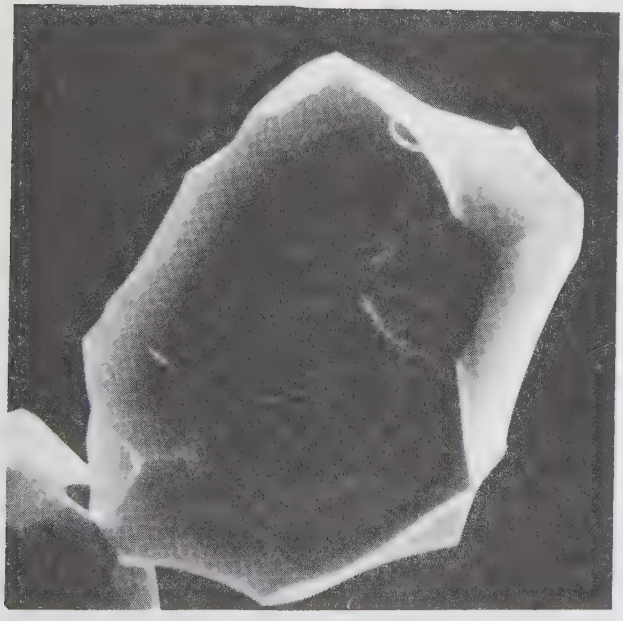


PHOTO 19. Un cristal (x 7000)

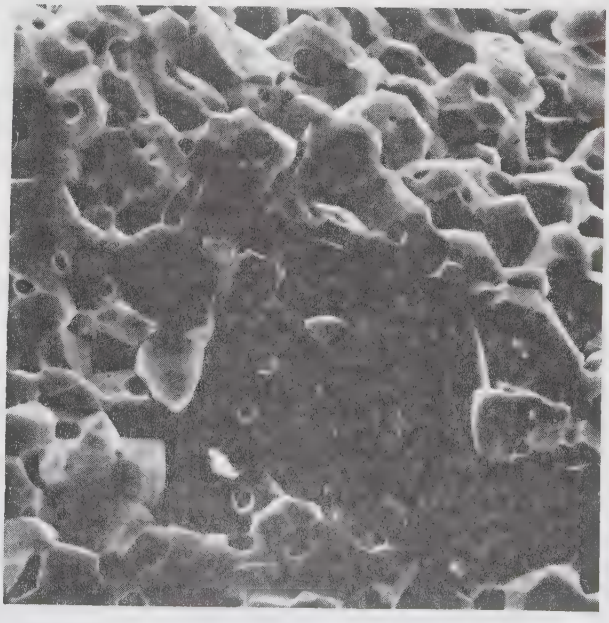


PHOTO 20. Zone "vitreuse" (x 1000)

VIII - 11 ANALYSES CHIMIQUES

Nous avons analysé chimiquement quatre échantillons pour déterminer leur composition exacte. Les résultats sont les suivants :

Ferrite	Fe %	Mn %	Zn %	autre
FN112 2002	49,43	12,96	8,31	traces de nickel
FN112 2003	50,60	12,42	7,41	traces de nickel
FN114 2002	49,48	12,97	9,12	traces de nickel
FN114 2004	49,37	14,41	11,70	traces de nickel

Ces analyses nous donnent pour les pourcentages molaires

	Fe_2O_3 %	MnO %	ZnO %
FN112 2002	54,6	28,0	17,5
FN112 2003	57,4	28,4	14,2
FN114 2002	54,2	28,8	17,0
FN114 2004	53,5	25,0	21,5

Il est bien connu que la teneur en ZnO fait varier dans une mesure importante la perméabilité. Les résultats ci-dessus impliquent un ordre de perméabilité croissante, les types 2003, 2002, 2004, telles que le confirment les courbes VIII-3.

Nous calculons enfin la masse molaire M pour les quatre ferrites. Les masses molaires des constituants sont : Fe_2O_3 - 159,65 ; ZnO - 81,36 ; MnO - 70,94. Le tableau qui en résulte est le suivant :

	Masse des constituants			
	Fe_2O_3	MnO	ZnO	M
FN112 2002	87,19	20,55	13,42	242,32
FN112 2003	91,66	20,14	11,55	246,70
FN114 2002	86,55	20,43	13,83	241,62
FN114 2004	85,43	17,73	17,49	241,30

VIII - 12 ANALYSE AUX RAYONS X

Nous avons effectué plusieurs études cristallographiques aux rayons X. La figure VIII-23 montre un exemple de diffractogramme effectué à l'aide du diffractomètre à poudre THETA 60. Le rayonnement utilisé était celui de cobalt (λ = 1,78892 Å). Ces diagrammes ont été dépouillés. Les angles de diffraction ont été mesurés et les raies ont été indexées. Le paramètre cristallin a été calculé par un affinement au sens des moindre carrés effectué sur ordinateur (programme PARACUBE, C. Zeller, communication personnelle). Les résultats figurent dans le tableau VIII-4.

Sachant qu'une maille primitive d'un spinelle contient huit molécules, nous pouvons calculer la densité théorique, d'après la relation :

$$d_x = \frac{8\ M}{Na^3} ,$$

M étant la masse molaire, N le nombre d'Avogadro, a le paramètre cristallin. Les résultats de ces calculs sont :

	$M^{\S}$	a(Å)	d_x (g/cm^3)	
2003	246,7	8,482	5,37	
2002	241,6	8,489	5,24	
2004	241,3	8,483	5,25	(§ d'après l'étude chimique)

VIII-13 ETUDE AU MAGNETOMETRE FONER

Pour la caractérisation de ces ferrites, nous avons effectué, à l'aide d'un magnétomètre de Foner, des mesures du moment magnétique pour quatre échantillons. Nous avons calculé le moment magnétique par unité de masse σ/g (Gauss cm^3/g = emu/g) Ces mesures furent effectuées dans un champ magnétique de 0 à 20,000 Gauss, valeur finale pour laquelle la saturation est presque atteinte pour ces ferrites.

Le tableau suivant indique quelques-unes des valeurs, d'après les courbes VIII-24(a) à (d)

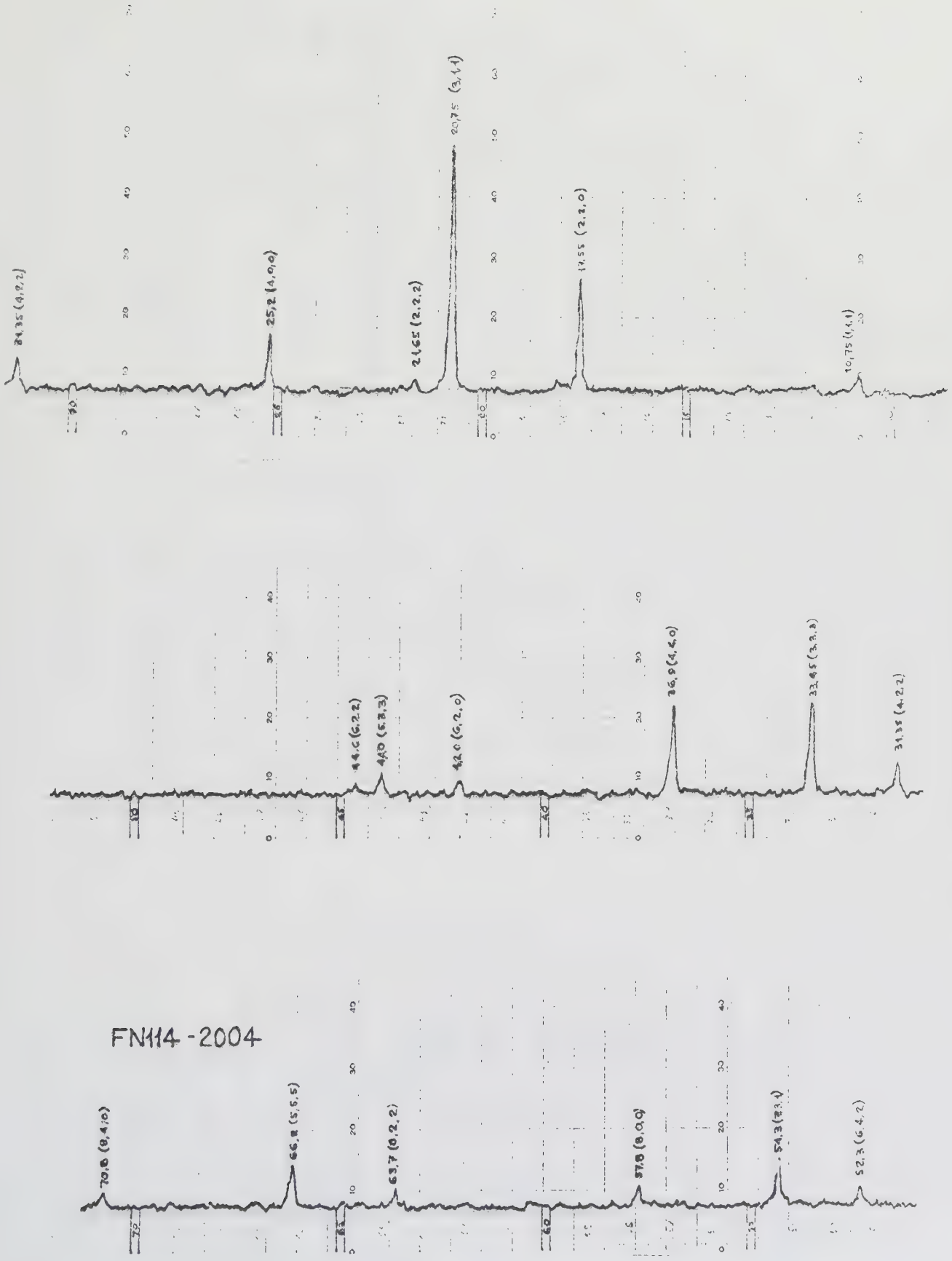

24,35 (4,2,2)
25,2 (4,0,0)
21,65 (2,2,2)
20,75 (3,1,1)
17,55 (2,2,0)
10,75 (1,1,1)
44,6 (6,2,2)
46,0 (6,3,3)
42,0 (6,2,0)
36,9 (4,4,0)
32,45 (3,3,2)
31,35 (4,2,2)
FN114-2004
79,8 (8,4,0)
66,8 (5,5,5)
63,7 (8,2,2)
57,8 (8,0,0)
54,3 (7,3,1)
52,3 (6,4,2)

Fig VIII-23

Tableau VIII - 4(a) Résultats de l'Etude aux Rayons X

LAMBDA 1.7892
DEPLACEMENT DE LA RAIE .000
DEFAUT COMPTEUR -.139

N= 12

H	K	L	T MES	T CALC	D
1	1	1	10.72	10.52	4.90
2	2	0	17.54	17.34	3.00
3	1	1	20.66	20.46	2.56
2	2	2	21.61	21.41	2.45
4	0	0	25.15	24.93	2.12
4	2	2	31.29	31.09	1.73
5	1	1	33.40	33.21	1.63
4	4	0	36.79	36.60	1.50
6	2	0	42.00	41.80	1.34
5	3	3	43.93	43.72	1.29
6	2	2	44.53	44.36	1.28
4	4	4	47.10	46.90	1.22
6	4	2	52.24	52.07	1.13
7	3	1	54.22	54.05	1.10
8	0	0	57.64	57.48	1.06
6	4	4	60.83	60.66	1.03
8	2	2	63.54	63.42	1.00
7	5	1	66.00	65.89	.98

A= .84865742E 01 VAR(A)= .13494294E-04
B= -.23470374E-01 VAR(B)= .10437047E-04
COV(A,B)= .98879544E-05

PARAMETRE: 5.4866

ERREUR SUR LE PARAMETRE .0037

FX114 2002

LAMBDA 1.7892
DEPLACEMENT DE LA RAIE .000
DEFAUT COMPTEUR -.225

N= 16

H	K	L	T MES	T CALC	D
1	1	1	10.75	10.51	4.90
2	2	0	17.55	17.33	3.00
3	1	1	20.65	20.45	2.56
2	2	2	21.60	21.40	2.45
4	0	0	25.15	24.92	2.12
4	2	2	31.30	31.06	1.73
5	1	1	33.40	33.18	1.63
4	4	0	36.80	36.57	1.50
6	2	0	42.00	41.77	1.34
5	3	3	43.95	43.68	1.30
6	4	2	52.75	52.02	1.13
7	3	1	54.25	54.00	1.11
8	0	0	57.65	57.42	1.06
8	2	2	63.55	63.35	1.00
7	5	1	66.00	65.81	.98
8	4	0	70.60	70.40	.95

A= .84920404E 01 VAR(A)= .17977232E-05
B= -.33340612E-01 VAR(B)= .13808347E-05
COV(A,B)= .12717664E-05

PARAMETRE: 5.4921

ERREUR SUR LE PARAMETRE .0013

FX114 2002

LAMBDA 1.7892
DEPLACEMENT DE LA RAIE .000
DEFAUT COMPTEUR -.057

N= 16

H	K	L	T MES	T CALC	D
1	1	1	10.55	10.52	4.90
2	2	0	17.40	17.35	3.00
3	1	1	20.55	20.47	2.56
4	0	0	25.00	24.95	2.12
4	2	2	31.17	31.11	1.73
5	1	1	33.30	33.23	1.63
4	4	0	36.70	36.62	1.50
6	2	0	41.90	41.68	1.34
5	3	3	43.40	43.75	1.29
4	4	4	47.00	46.94	1.22
6	4	2	52.15	52.11	1.13
7	3	1	54.15	54.10	1.10
8	0	0	57.60	57.53	1.06
8	2	2	63.55	63.46	1.00
7	5	1	66.10	65.96	.98
8	4	0	70.60	70.50	.95

A= .84819049E 01 VAR(A)= .17147213E-05
B= -.33844593E-02 VAR(B)= .14498494E-05
COV(A,B)= .12952355E-05

PARAMETRE: 5.4819

ERREUR SUR LE PARAMETRE .0013

FX113 2003

Tableau VIII - 6(b) Résultats de l'Etude aux Rayons X

LAMBDA 1.79892
DEPLACEMENT DE LA RAIE .000
DEFAUT COMPTEUR -.236

N= 21

H	K	L	T MES	T CALC	D
1	1	1	10.74	10.52	4.90
2	2	0	17.56	17.35	3.00
3	1	1	20.68	20.46	2.56
4	2	2	21.67	21.42	2.45
4	0	0	25.17	24.94	2.12
4	2	2	31.33	31.09	1.73
5	1	1	33.47	33.21	1.63
4	4	0	36.04	35.81	1.50
6	2	0	42.15	41.81	1.34
5	3	3	43.97	43.73	1.29
6	2	2	44.62	44.37	1.28
4	4	4	47.16	46.92	1.22
6	4	2	52.31	52.08	1.13
7	3	1	54.10	54.07	1.10
8	0	0	57.72	57.50	1.06
6	4	4	65.65	65.36	1.03
8	2	2	63.96	63.44	1.00
7	5	1	66.14	65.92	.98
6	6	2	67.50	66.78	.97
8	4	0	70.76	70.34	.95

A= .84843782E-01 VAR(A)= .6577465B2E-06
B= -.3432b5E-01 VAR(B)= .6073445bE-06
CHV(A,B)= .8176BB11E-06

PARAMETRE: 5.4849

ERREUR SUR LE PARAMETRE .0038

LAMBDA 1.78892
DEPLACEMENT DE LA RAIE .000
DEFAUT COMPTEUR -.208

N= 16

H	K	L	T MES	T CALC	D
1	1	1	10.70	10.52	4.90
2	2	0	17.55	17.35	3.00
3	1	1	20.70	20.47	2.56
4	0	0	25.20	24.95	2.12
4	2	2	31.30	31.10	1.73
5	1	1	33.45	33.23	1.63
4	4	0	36.30	36.52	1.50
6	2	0	42.00	41.83	1.34
5	3	3	44.00	43.75	1.29
6	2	2	44.60	44.38	1.28
4	4	4	47.15	46.93	1.22
6	4	2	52.30	52.10	1.13
7	3	1	54.30	54.09	1.10
8	0	0	57.70	57.52	1.06
8	2	2	63.70	63.48	1.00
7	5	1	66.15	65.95	.98

A= .84823338E-01 VAR(A)= .4953336B5E-05
B= -.3073e926E-01 VAR(B)= .3814b833E-06
CHV(A,B)= .3685879BE-05

PARAMETRE: 5.4824

ERREUR SUR LE PARAMETRE .0022

LAMBDA 1.78892
DEPLACEMENT DE LA RAIE .000
DEFAUT COMPTEUR -.238

N= 17

H	K	L	T MES	T CALC	D
1	1	1	10.75	10.52	4.90
2	2	0	17.55	17.35	3.00
3	1	1	20.75	20.47	2.56
4	2	2	21.65	21.42	2.45
4	0	0	25.20	24.94	2.12
4	2	2	31.35	31.10	1.73
5	1	1	33.45	33.22	1.63
4	4	0	36.30	36.51	1.50
6	2	0	42.00	41.82	1.34
5	3	3	44.00	43.74	1.29
6	2	2	44.60	44.37	1.28
6	4	2	52.30	52.09	1.13
7	3	1	54.30	54.08	1.10
8	0	0	57.75	57.51	1.06
8	2	2	63.70	63.46	1.00
7	5	1	66.20	65.93	.98
8	4	0	70.40	70.56	.95

A= .84837625E-01 VAR(A)= .4781b.03E-06
B= -.3e2917[0E-01 VAR(B)= .3749...E-06
CHV(A,B)= .3457302bE-05

PARAMETRE: 5.4834

ERREUR SUR LE PARAMETRE .0022

	Gauss							
	1000	2000	3000	4000	5000	10000	15000	20000
FN112 2002	62,3	74,2	78,0	79,6	80,5	82,2	83,1	83,8
FN114 2002	63,7	75,7	78,9	80,3	81,0	82,6	83,4	84,0
FN112 2003	65,3	76,0	78,7	79,9	80,6	82,1	83,0	83,6
FN114 2004	56,9	65,0	66,9	67,8	68,3	69,8	70,9	71,7

A partir de l'étude aux rayons X, nous avons établi la densité pour chacun des matériaux. Les valeurs de Ms se calculent facilement ;

Ms = $\sigma_s d$, donnant ainsi :

Ferrite		Ms
FN112/114	2002	440
FN112	2003	450
FN114	2004	380

VIII - 14 ERREURS EXPERIMENTALES

Nous voudrions discuter brièvement dans ce paragraphe des différentes variables qui peuvent influer sur nos résultats.

Dans les calculs de perméabilité effectués par ordinateur, nous avons tenu compte des petites variations de capacité de l'oscillateur avec la température aussi bien que des variations de capacité interne du transistor avec la polarisation. La création d'un champ magnétique continu au moyen d'un enroulement subsidiaire a légèrement abaissé le facteur de qualité du circuit accordé et fait ainsi changer la fréquence. Nous en avons tenu compte dans nos calculs.

Nous avons vérifié que quelque soit la répartition des spires autour du tore, la perméabilité avait la même valeur.

En ce qui concerne les tores eux-mêmes, à part des différences intrinsèques telles que l'homogénéité, la porosité, etc., il y a des différences

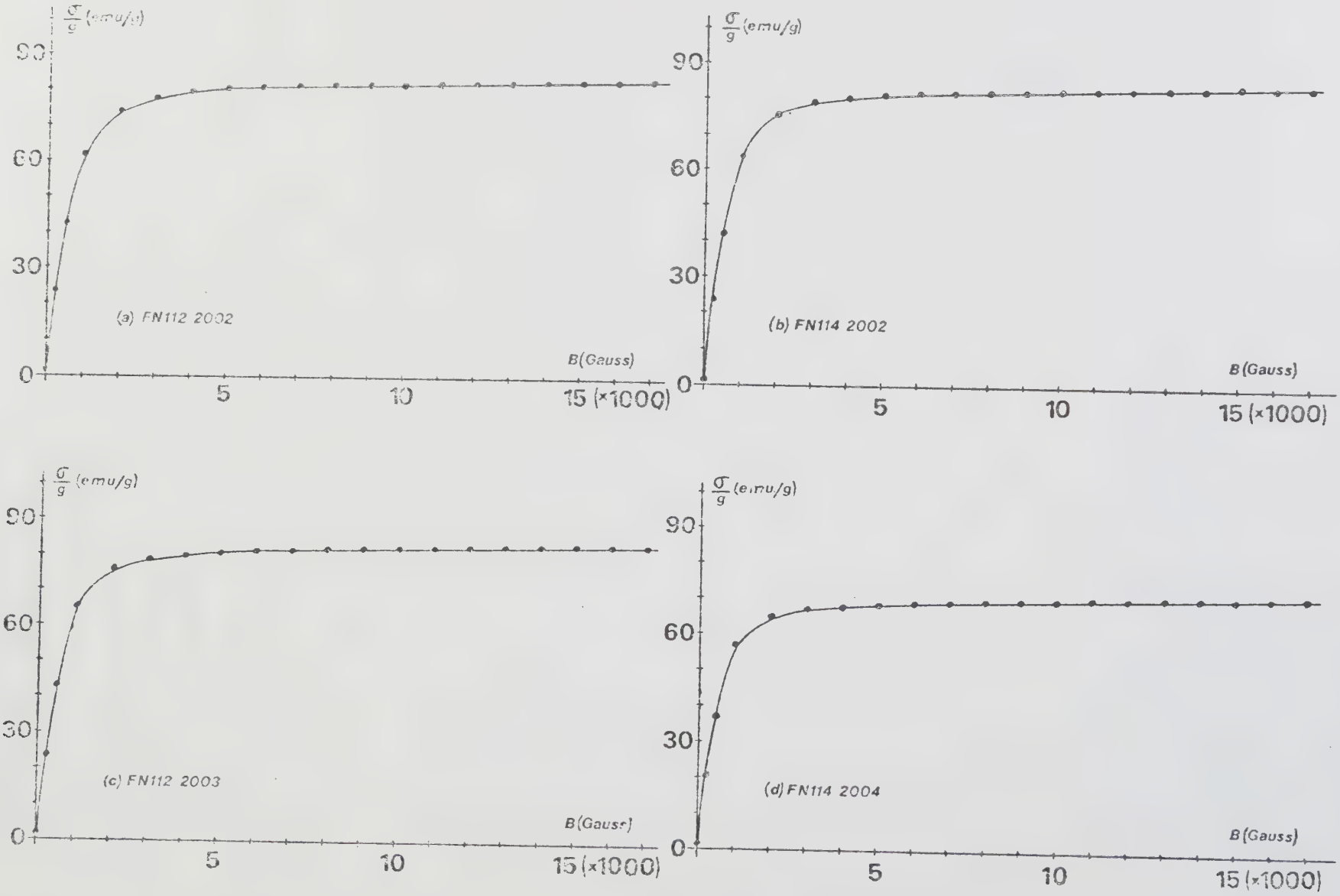

σ/g (emu/g)
90
60
30
0
5
10
15 (×1000)
B(Gauss)
(a) FN112 2002
(b) FN114 2002
(c) FN112 2003
(d) FN114 2004

FIG VIII-24

mécaniques : l'épaisseur, le diamètre intérieur, et le diamètre extérieur. Nous avons mesuré ces paramètres à l'aide d'un microscope optique et calculé les surfaces en conséquence. Etant donné le faible diamètre des tores, en particulier celui des tores FN113, il était extrêmement difficile de contrôler avec précision la surface d'application de la force. Un décalage d'un dixième d'un millimètre créerait une différence de surface de 12 %. Celle-ci se traduirait par une différence de pression deux fois plus importante. Nous estimons que seule cette possibilité d'erreur est importante, et elle l'est seulement dans le cas où il faut comparer les valeurs absolues de la perméabilité (par exemple dans l'étude statistique des tores 2003).

RÉSUMÉ ET CONCLUSIONS

Dans ce mémoire nous avons défini et caractérisé la perméabilité alternative. La variation de cette perméabilité avec une contrainte uniaxiale et l'effet de mémoire manifesté par cette perméabilité en fonction de la pression et des champs magnétiques alternatif et continu, ont été mesurés. Les courbes de la sensibilité magnétomécanique mettent en évidence des phénomènes du premier ordre, celles de la mémoire, un effet du deuxième ordre.

Nous avons montré que la perméabilité alternative, c'est-à-dire la perméabilité "vue" par l'oscillateur, correspond à la perméabilité différentielle autour de l'aimantation rémanente dans le domaine de Rayleigh; en dehors de ces limites s'ajoute un terme supplémentaire. L'expérience montre que la perméabilité alternative peut être représentée par une expression déduite d'une extension de la loi de Rayleigh. Nous avons montré que le champ coercitif est déterminé en première approximation par la mesure de cette perméabilité.

L'étude d'une quarantaine de tores de ferrite de manganèse-zinc a mis en évidence la linéarité de l'inverse de la perméabilité alternative en fonction de la pression appliquée. Cette linéarité est vérifiée jusqu'à plusieurs centaines de kgf/cm^2 ; la pente de ces courbes est relativement indépendante du champ magnétique. L'explication de ce phénomène introduit un champ d'anisotropie H_A et une énergie de polarisation due aux déplacements des parois sous l'action de la contrainte. L'énergie de ce champ d'anisotropie traduit l'effet magnétique d'une contrainte extérieure et représente l'énergie de l'effet inverse de la magnétostriction. L'énergie de polarisation est la partie de l'énergie interne qui est due aux déplacements des parois par rapport à leur position à l'équilibre. Nos calculs montrent que deux termes contribuent à l'inverse de la susceptibilité initiale : le premier donne la susceptibilité initiale pour une contrainte extérieure nulle, le deuxième, terme supplémentaire, linéaire en H_A, s'ajoute en présence d'une contrainte extérieure. Ce dernier terme est indépendant du champ magnétique.

Nous avons mis en évidence une mémoire magnétomécanique. La variation de cette mémoire en fonction du champ magnétique alternatif, pour une pression donnée, est bien définie, débute à faible valeur, atteint un maximum de quelques pourcents aux environs de H_c et s'annule aux environs de $2H_c$. Nous avons fait l'hypothèse que cette mémoire résulte de deux processus qui peuvent être représentés respectivement par une "fonction de mémoire potentielle" M_p et une "fonction de lavage" F_L. Ces deux fonctions sont reliées au diagramme de Preisach. Dans le domaine de Rayleigh, l'aimantation M s'écrit : $M = \chi_i H_m + \alpha H_m^2$, le deuxième terme tenant compte des processus irréversibles. Le paramètre α est exprimé par $\alpha = NM_s/2a_m b_m$. Dans l'explication de la mémoire magnétomécanique, nous avons supposé que la pression modifie b_m par un terme additif b_p, fonction de la pression appliquée. La contrainte agit sur l'équidistance des parois. Les parois se déplacent avec la pression ; lorsque celle-ci est supprimée, elles ne reviennent pas dans les puits de potentiel où elles se trouvaient à l'origine. Cette variation de position est mise en évidence par la mémoire

Cette étude nous a permis d'avancer certaines hypothèses. Cependant, le nombre de mesures effectué n'est pas suffisant pour permettre l'élaboration d'une théorie complète, quantitative et cohérente. Il nous faudrait effectuer une étude statistique plus poussée avec des matériaux bien définis (structure cristalline, composition chimique, etc.) dans une plage importante de perméabilité. Il faudrait aussi une pression mieux définie, donc utiliser des tores de surface plus importante.

Nous n'avons pas tenté l'explication du comportement de la mémoire magnétomécanique avec le champ magnétique continu. Ce comportement est bien plus compliqué que celui avec le seul champ alternatif. Nous voudrions finalement déterminer ces différentes propriétés en fonction de la température.

Bien que cette étude soit incomplète, nous pensons avoir bien mis en évidence certaines propriétés magnétomécaniques des ferrites de manganèse-zinc aussi bien sur le plan expérimental que sur le plan théorique.

BIBLIOGRAPHIE

OUVRAGES GENERAUX

BOZORTH, R.M. Ferromagnetism, D. Van Nostrand Co., Inc., Princeton, N.J., 1968.

CHIKAZUMI, S. Physics of Magnetism, John Wiley & Sons Inc., New York, 1964.

HERPIN, A. Théorie du Ferromagnétisme, Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay, 1957-1958.

HERPIN, A. Théorie du Magnétisme, Institut National des Sciences et Techniques Nucléaires, Saclay, France, 1968.

HOSHINO, Y., IIDA, S., SUGIMOTO, M. (éditeurs) Ferrites : Proceedings of the International Conference, Japan 1970, University Park Press, Tokyo, 1971.

KITTEL, C. "Physical Theory of Ferromagnetic Domains", Rev. Mod. Phys., vol 21, nr. 4, p. 541, 1949.

RADO, G.T., SUHL, H. Magnetism, Academic Press, New York, 1962-1965.

SMIT, J., WIJN, H.P.J. Les Ferrites, Bibliothèque Technique Philips, Eindhoven, Pays-Bas, 1961.

CHAPITRE I - PHYSICO- CHIMIE DES FERRITES

LESCROEL, Y. Matériaux et Composants Magnétiques, publication de la Société LTT.

PRACHE, P.M. Structures Granulaires Ferromagnétiques, Dunod, Paris, 1957.

SCHIEBER, M. M. Experimental Magnetochemistry, North Holland Publishing Company, Amsterdam, 1967.

CHAPITRE II - LA MAGNETOSTRICTION

DORMANN, J.L., de LACHEISSERIE, E. "La Magnétostriction des Echantillons Polycristallins sous contraintes", J. de Phys., t.28, p. 456, 1967.

GAVOILLE, G. Action des Contraintes Mécaniques sur l'Aimantation des Ferromagnétiques Doux, 2° thèse, Nancy, 1973.

de LACHEISSERIE, E. "Les Coefficients de Magnétostriction", Ann. Phys., t. 5, p. 267, 1970

- L'ELASTICITE

KOERBER, G. C., Properties of Solids, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1962.

LOVE, A.E.H., A treatise on the Mathematical Theory of Elasticity, Cambridge University Press, Cambridge, 1927.

MUSKHELISHVILI, N. I, Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity, P. Noordhoff Ltd., Groningen, Netherlands, 1963.

CHAPITRE III - DECOMPOSITION EN DOMAINES

CAREY R., ISAAC, E.D. Magnetic Domains, The English Universities Press Ltd ; Pitman Press, Bath, 1966.

GUILLAUD, C. VAUTIER, R., "Les Domaines Elémentaires", Colloque National de Magnétisme, Strasbourg, 8 - 10 Juillet 1957, CNRS, Paris, 1958.

LANDAU, L., LIFSHITZ, E., Physik Z. Sowjetunion, 8, 153, 1935.

NEEL, L. "Quelques Propriétés des Parois des Domaines Elémentaires Ferromagnétiques", Cahiers de Physique, N° 25, 1944.

WILLIAMS, H.J., "Direction of Domain Magnetization in Powder Patterns", Phys. Rev., 71, p. 646, 1947.

WILLIAMS, H.J. BOZORTH, R.M., SCHOKLEY, W., "Magnetic Domain Patterns in Single Crystals of Silicon Iron", Phys. Rev. 75, p. 155, 1949.

CHAPITRE IV - PERMEABILITE INITIALE ET CHAMP COERCITIF

KERSTEN, M., "Versüche über reversible und irreversible Wandvershiebungen zwischen antiparallel magnetisierten Weiss schen Bezirken", Physik. Z., 39, p. 860, 1938.

KONDORSKY, E. Physik. Z. Sowjetunion, 11, 597, 1937.

NEEL, L. "Effet des Cavités et des Inclusions sur le Champ Coercitif", Cahiers de Physique, n° 25, 1944.

NEEL, L. "Bases d'une Nouvelle Théorie Générale du Champ Coercitif", Annales de l'Université de Grenoble, t. XXII, 1946.

NEEL, L. "Nouvelle Théorie du Champ Coercitif", Physica XV, N° 1,2 p. 225, 1949.

CHAPITRE VI - DIAGRAMME DE PREISACH

GAVOILLE, G. Aimantation par Déplacement de parois dans les Ferromagnétiques Doux. Etude Statistique de l'Effet des Défauts, Thèse d'Etat, Nancy, 1973.

PREISACH, F. "Uber die Magnetische Nachwirkung", Z. Phys. 94, 277, 1935.

CHAPITRE VII - DOMAINE DE RAYLEIGH

NEEL, L. "Théorie des Lois d'Aimantation de Lord Rayleigh", Cahiers de Physique, N° 12, p. 1, 1942 ; n° 13, p. 18, 1943.

CHAPITRE VIII - RESULTATS EXPERIMENTAUX

CHEVALLIER, R., BOLFA, J., ZELLER, C. "Sur l'aimantation des structures granulaires ferromagnétiques dans les champs faibles", C.R. Acad. Sci. Paris, t. 266, p. 1445, 1968.

MCRAE, E. J., Etude de Capteurs de Ferrites pour la Mesure des Pressions, Mémoire (D.E.A.), Nancy, octobre 1973.

MCRAE, E. J., ZELLER, C. "Propriétés magnéto-mécaniques des ferrites de manganèse-zinc", C.R. Acad. Sci. Paris, 280, p. 263, 1975.

PERDUIJN, D.J., PELOSCHEIK, H. P. Proc. Brit. Cer. Soc., 10, 1636, 1968.

ROESS, E. "Magnetic Properties and Microstructure of High Permeability Manganese Zinc Ferrites", Proc. Intl. Conf. Japan 1970 (voir ouvrages généraux)

NOM DE L'ETUDIANT : MCRAE Edward

NATURE DE LA THESE : DOCTEUR INGENIEUR

VU, APPROUVE

& PERMIS D'IMPRIMER

NANCY, le 17 AVRIL 1975

LE PRESIDENT DE L'UNIVERSITE DE NANCY I

J.R. HELLOT